

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

E. A. P. DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

**Asignación de máquinas a órdenes de producción
mediante programación lineal entera :**

caso : empresa textil

TESIS

para optar el título profesional de Licenciado en Investigación Operativa

AUTOR

Raul Eloy Araujo Cajamarca

Lima-Perú

2009

ASIGNACIÓN DE MÁQUINAS A ÓRDENES DE PRODUCCIÓN MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

Raul Eloy Araujo Cajamarca

Tesis presentada a consideración del Cuerpo Docente de la Escuela Académica Profesional de Investigación Operativa de la Facultad de Ciencias Matemáticas, de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, como parte de los requisitos para optar el Título de Licenciado en Investigación Operativa.

Aprobada por:

.....
Mg. Esther Berger Vidal
Presidenta

.....
Lic. Juan Toledo Rodríguez
Miembro

.....
Lic. Vicente Alfredo Zapana Beltrán
Miembro Asesor

Lima – Perú

Agosto, 2009

FICHA CATALOGRÁFICA

ARAUJO CAJAMARCA, RAUL ELOY

Asignación de máquinas a órdenes de producción mediante Programación Lineal Entera, (Lima) 2009.

ix, 126 p., 29,7 cm., (UNMSM, Licenciado en Investigación Operativa, 2009).

Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas, Investigación Operativa.

i. UNMSM/FdeCM ii. Título (Serie).

DEDICATORIA

A mis amados padres, por su sacrificio y amor plasmado en ayuda efectiva para culminar mis estudios, siempre los llevaré en mi corazón.

Y para todos aquellos que no pueden iniciar una carrera profesional o se ven obligados a abandonarla por salud o falta de apoyo, también para aquellos que a pesar de las dificultades hacen hasta lo imposible por continuar y concluir sus estudios.

AGRADECIMIENTO

Al culminar el presente estudio de investigación debo expresar mi gratitud:

A mi alma mater UNMSM.

A todos mis hermanos en especial a mi hermano Eduardo y su esposa, por su ejemplo, consejos y apoyo incondicional y a toda mi familia, por su sacrificio, paciencia, comprensión y colaboración.

Al Sr. Mauro Gavino, quien me acogió como un hijo más en su entorno familiar.

Al Sr. Miguel Elías Masías y su esposa Sra. Rocío Morote Musiris, quienes me dieron la oportunidad de ingresar a laborar en su empresa y permitieron continuar con mi formación profesional.

Al profesor Vicente Zapana Beltrán por su apoyo para la realización de este trabajo, a los profesores Juan Toledo Rodríguez y Esther Berger Vidal por sus consejos e incentivo constante a la superación.

CONTENIDO

	Pág.
Presentación y Aprobación.....	ii
Ficha Catalográfica.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimiento.....	v
Resumen.....	vi
Abstract.....	vii
Lista de Gráficos y Tablas.....	1
Lista de Abreviaturas.....	3
INTRODUCCIÓN.....	4
Capítulo I.....	6
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	6
1.1. El Problema.....	6
1.1.1. Área del problema.....	6
1.1.2. Delimitación del problema.....	10
1.1.3. Formulación del problema.....	25
1.1.4. Justificación de la investigación.....	28
1.1.5. Limitaciones de la investigación.....	29
1.2. Objetivos.....	30
1.3. Hipótesis y Variables.....	31
1.4. Marco Teórico-Conceptual.....	32
1.4.1. Antecedentes de la investigación.....	32
1.4.2. Definición de términos básicos.....	33
1.4.3. Bases teóricas.....	36
1.4.3.1. Optimización.....	36
1.4.3.2. Clasificación de los métodos de optimización.....	37
1.4.3.3. Programación Lineal(PL).....	37
1.4.3.4. Métodos de solución de PL.....	39
a) EL Método Gráfico o Geométrico.....	39
b) EL Método Simplex.....	40
c) EL Método de Dos Fases y el método M.....	41
1.4.3.5. Programación Lineal Entera (PLE).....	43
1.4.3.6. Algoritmos de solución de PLE.....	44

	Pág.
a) Algoritmo Branch and Bound.....	45
1.4.3.7. Ejemplo	47
1.5. Metodología.....	62
1.5.1. Diseño de la investigación.....	62
1.5.2. Método de investigación.....	62
1.5.3. Población y Muestra.....	63
1.5.4. Técnicas de investigación.....	63
Capítulo II.....	65
RECOLECCIÓN, PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS.....	65
2.1. Recolección de información.....	65
2.2. Recolección de datos.....	73
2.3. Procesamiento y análisis de datos.....	76
2.3.1. Tratamiento estadístico.....	76
2.3.2. Resultados.....	80
Capítulo III.....	82
EL MODELO	82
3.1 Formulación del Modelo	83
3.1.1. Definición de Variables.....	83
3.1.2. Planteamiento de las restricciones.....	84
3.1.3. Planteamiento de la función objetivo.....	86
3.2 El modelo de Programación Lineal Entera.....	88
Capítulo IV.....	91
SOLUCIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO.....	91
4.1. Ingreso de Datos	91
4.2. Configuración del Software.....	93
4.3. Ejecución del Software.....	96
Capítulo V.....	98
RESULTADOS.....	98
5.1. Resultados con el plan de producción del modelo.....	98
5.1.1. Análisis de sensibilidad.....	104
5.2. Resultados con el plan de producción de la empresa.....	107
CONCLUSIONES.....	110
RECOMENDACIONES.....	113
BIBLIOGRAFÍA.....	115
ANEXOS.....	117

LISTA DE GRÁFICOS Y TABLAS

Gráfico I.1	: Organigrama de la Empresa
Gráfico I.2	: Sistema de la Empresa
Gráfico I.3	: Organigrama planta de tejeduría
Gráfico I.4	: Qué se hace en planta de tejeduría
Gráfico I.5	: ¿Cómo se hace? Sistema actual
Gráfico I.6	: Formato de orden de pedido
Gráfico I.7	: Colocación de pedidos en plan de producción
Gráfico I.8	: Diagrama de secuencias
Gráfico I.9	: Estructura de tejido jersey
Gráfico I.10	: Estructura de tejido Picke
Gráfico I.11	: Estructura de tejido Ribb
Gráfico I.12	: Estructura de tejido Interlock
Gráfico I.13	: Máquina circular de tejido
Gráfico I.14	: Identificación del problema
Gráfico I.15	: Contribución Marginal
Gráfico I.16	: Algoritmo método simplex y de Dos Fases
Gráfico I.17	: Pasos del algoritmo Branch and Bound
Gráfico I.18	: Algoritmo Branch and Bound nodos 1A y 2A
Gráfico I.19	: Solución gráfica del PPL. del nodo 1A
Gráfico I.20	: Algoritmo Branch and Bound nodos 1B y 2B
Gráfico I.21	: Solución gráfica PPL. del nodo 1B
Tabla I.1	: Representación de las actividades
Tabla I.2	: Características de Artículos planta de tejeduría
Tabla I.3	: Clasificación de máquinas planta de tejeduría
Tabla I.4	: Personal del área de tejeduría
Tabla I.5	: Variables de estandarización
Tabla I.6	: Formato de tablero simplex
Tabla I.7	: Matriz de datos del ejemplo
Tabla I.8	: Tablero simplex 1
Tabla I.9	: Fila 1 del tablero simplex 2
Tabla I.10	: Tablero simplex 2
Tabla I.11	: Tablero simplex 3
Tabla I.12	: Tablero simplex 4
Tabla I.13	: Tablero simplex 5
Tabla I.14	: Tablero simplex 6
Tabla I.15	: Tablero simplex 7
Tabla I.16	: Otros posibles valores de x_j
Gráfico II.1	: Cálculo del saldo al finalizar el periodo
Gráfico II.2	: Cálculo del volumen mínimo requerido
Gráfico II.3	: Cálculo del volumen máximo requerido
Tabla II.1	: Clasificación de artículos Planta de tejeduría
Tabla II.2	: Contribución por tipo de artículo Planta de tejeduría
Tabla II.3	: Demanda anticipada Ago. 2008 (rollos/mes) Planta de tejeduría
Tabla II.4	: Volumen mínimo requerido (rollos/mes) planta de tejeduría
Tabla II.5	: Volumen máximo requerido (rollos/mes) planta de tejeduría
Tabla II.6	: Vol. de producción requerido (rollos/mes) planta de tejeduría

Tabla	II.7	: Clasificación de máquinas Planta de tejeduría
Tabla	II.8	: Muestra de rendimiento mensual máq. T01 Planta de tejeduría
Tabla	II.9	: Muestra de rendimiento mensual máq. T02 Planta de tejeduría
Tabla	II.10	: Muestra de rendimiento mensual máq. T03 Planta de tejeduría
Tabla	II.11	: Rangos de coeficientes de Variación para muestras
Tabla	II.12	: Estadísticos descriptivos de rendimientos máquinas T01
Tabla	II.13	: Estadísticos descriptivos de rendimientos máquinas T02
Tabla	II.14	: Estadísticos descriptivos de rendimientos máquinas T03
Tabla	II.15	: Rendimiento promedio (rollos/mes) Planta de tejeduría
Tabla	III.1	: Matriz de datos del modelo Planta de tejeduría
Gráfico	IV.1	: Volumen mínimo y máximo requerido en WB!
Tabla	IV.1	: Rendimiento y contribución en WB!
Tabla	IV.2	: Volumen mínimo y máximo requerido en WB!
Tabla	IV.3	: Hoja de trabajo del software WB!
Tabla	IV.4	: Ejecución del modelo de PLE. En WB!
Gráfico	V.1	: La asignación en forma gráfica
Gráfico	V.2	: Volumen del modelo Vs. mínimo y máximo requeridos
Tabla	V.1	: Resultado del modelo de PLE en WB!
Tabla	V.2	: Matriz de asignaciones realizadas por el modelo en agosto 2008
Tabla	V.3	: Volumen del modelo Vs. volumen mínimo y máximo
Tabla	V.4	: Volúmenes y Contribución obtenido en agosto 2008 según el plan del modelo
Tabla	V.5	: Matriz de asignaciones realizadas por la empresa en agosto 2008
Tabla	V.6	: Volúmenes y Contribución obtenido en agosto 2008 según el plan de la empresa

ABREVIATURAS

MM.	: Modelos matemáticos
PPL.	: Problema de Programación Lineal
PL.	: Programación Lineal
PLA	: Problema Lineal Asociado
PLE.	: Programación Lineal Entera
PLEM.	: Programación Lineal Entera Mixta
PLEP.	: Programación Lineal Entera Pura
B&B	: Branch and Bound
MMPP.	: Materia prima
APT.	: Almacén de productos terminados
AMP.	: Almacén de materia prima
MT.	: Método de transporte
GPT.	: Géneros de punto por trama
GPU.	: Géneros de punto por urdimbre
WB!	: Software What's Best
f_j	: Volumen mínimo requerido del artículo j
g_j	: Volumen máximo requerido del artículo j
q_j	: Volumen óptimo del artículo j, determinado por el modelo mayor igual que f_j pero menor igual a g_j
d_j	: Volumen total de demanda anticipada del artículo j
p_j	: Volumen total pronosticado como ventas adicionales del artículo j.
t_j	: Volumen total producido por parte de terceros, del artículo j
k_j	: Volumen total de devolución por los clientes, del artículo j
s_j	: Saldo al finalizar un periodo, del artículo j.
e_j	: Volumen total de entregas de pedidos anticipados del artículo j.
v_j	: Volumen total de ventas del artículo j.
x_{ij}	: Variable del modelo de Programación Lineal Entera.
z	: Función objetivo del modelo de Programación Lineal Entera.
c_j	: Contribución que genera cada uno de los artículos tipo j.
c_{ij}	: Contribución que genera cada uno de los artículos tipo j.
r_{ij}	: Rendimientos de una máquina tipo i al trabajar un artículo tipo j.
i	: Tipos de artículo $i = 1; 2; 3$
j	: Tipos de Máquina $j = 1; 2; \dots; 9$
N_i	: Número total de máquinas del tipo i.

RESUMEN

ASIGNACIÓN DE MÁQUINAS A ÓRDENES DE PRODUCCIÓN MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

RAUL ELOY ARAUJO CAJAMARCA

AGOSTO - 2009

Orientador : Lic. Vicente Alfredo Zapana Beltrán
Titulo Obtenido : Licenciado en Investigación Operativa

El objetivo general de la investigación es la determinación de la contribución total máxima mediante la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción, para lo cual se hace uso de un modelo de Programación Lineal Entera.

Se ha probado la hipótesis que si se determina la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción con el modelo de Programación Lineal Entera, entonces, el margen de contribución total mensual que perciba la empresa será el máximo. La metodología empleada fue no experimental, transeccional y descriptiva. Se usó una muestra no probabilística de tres máquinas de diferente tipo.

Las principales conclusiones a que se arribaron es que para la realización de un estudio de este tipo no se necesita grandes inversiones económicas ni tecnológicas, pues contando con recursos limitados se ha logrado desarrollar el presente estudio, que es el de brindar una herramienta útil y necesaria para que las organizaciones puedan optimizar la utilización de sus recursos y maximizar sus contribuciones y de esta manera cumplir con sus obligaciones como tal.

Palabras Claves : Optimización
Programación Lineal Entera
Método Simplex
Algoritmo Branch and Bound

ABSTRACT

ALLOCATION OF PRODUCTION MACHINES TO ORDER BY INTEGER LINEAR PROGRAMMING

RAUL ELOY ARAUJO CAJAMARCA

AUGUST - 2009

Guiding : Lic. Vicente Alfredo Zapana Beltrán
Degree obtained : Degree in Operations Research

The overall objective of the research is to determine the maximum total contribution through the optimum allocation of machines to production orders, which uses an Integer linear programming model.

It has tested the hypothesis that if it determines the optimal allocation of machines to production orders with the Integer linear programming model, then the total monthly contribution margin earned the company will be the maximum. The methodology used was non-experimental and descriptive transectional. We used a sample of three different types of machines.

The main conclusions reached is that a study of this type do not require large financial investments or technology, because with limited resources has been developed for this study, which is to provide a useful and necessary so that organizations can optimize the use of its resources and maximize their contributions and thus fulfilling its obligations as such.

Keywords : Optimization
Integer Linear Programming
Simplex Method
Branch and Bound Algorithm

INTRODUCCIÓN

Las organizaciones a nivel mundial destacan que una de las actividades más importante en donde se debe mejorar las operaciones es en la planeación de la producción. Por esta razón es que el presente trabajo de investigación se enfoca en un tema específico de una empresa particular, perteneciente al rubro textil, que por condiciones de reserva de información no autoriza la publicación de su nombre.

Dentro de la empresa, el estudio se limitó espacialmente a las instalaciones de planta de tejeduría y temporalmente se tomó como referencia el año 2008.

La empresa produce nueve tipos de artículos, con los cuales debe atender los requerimientos anticipados de sus clientes. Para producir cuenta con cien máquinas circulares clasificadas en tres tipos, cada tipo con características diferenciadas y con número variado de máquinas.

Al realizar el análisis del proceso productivo, el problema que se detectó es el siguiente: la forma como se llevaba a cabo la asignación de máquinas a órdenes de producción, carecía de sustento técnico científico válido, tal asignación eran determinadas por los jefes de turno, quienes lo realizaban de forma empírica y les era difícil considerar todos los criterios que involucra tal asignación, por esta razón se ignoraba cual era la forma de asignación óptima; por lo tanto, la contribución total que percibía la empresa en un periodo determinado podría no ser la máxima.

Para dar solución al problema se decidió formular un modelo de Programación Lineal Entera que involucre todos los criterios posibles para la asignación de máquinas a órdenes de producción tomando en cuenta lo siguiente:

1. La empresa requiere urgentemente maximizar sus contribuciones a fin de contar con mayores recursos.
2. La empresa debe optimizar la utilización de sus recursos

Como el modelo de Programación Lineal Entera que se formuló contiene un número considerable de variables de decisión, entonces se necesitó de la utilización de un software para su ejecución y obtención de la solución. Con dicha solución la empresa pudo determinar la contribución total máxima para el periodo así como la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción y los volúmenes óptimos de producción.

Es importante entonces que las Pymes e instituciones del estado que son las fuerzas generadoras de divisas en el país, puedan implementar modelos similares al que se presenta, ya que se necesita justamente la aplicación de la ciencia y la tecnología para optimizar procesos y así ahorrar dinero que pueda ser invertido en sectores necesitados. El trabajo se ha organizado de la siguiente manera:

CAPITULO I: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN. En él se expone el problema, objetivos, hipótesis y variables, marco teórico conceptual, y la metodología.

CAPITULO II: RECOLECCIÓN PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS. En esta parte recolectamos toda la información y los datos, que luego se procesa y analiza para utilizarlos en la formulación del modelo de Programación Lineal Entera.

CAPITULO III: EL MODELO. En él se expone paso a paso la formulación del modelo de Programación Lineal Entera.

CAPITULO IV: SOLUCIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO. Aquí se describe, como se adecua el modelo de Programación Lineal Entera al software computacional para darle la solución respectiva.

CAPITULO V: RESULTADOS. Se analizan y se interpretan cada uno de los datos obtenidos al ejecutar el modelo mediante la aplicación del software.

CAPÍTULO I

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. El problema

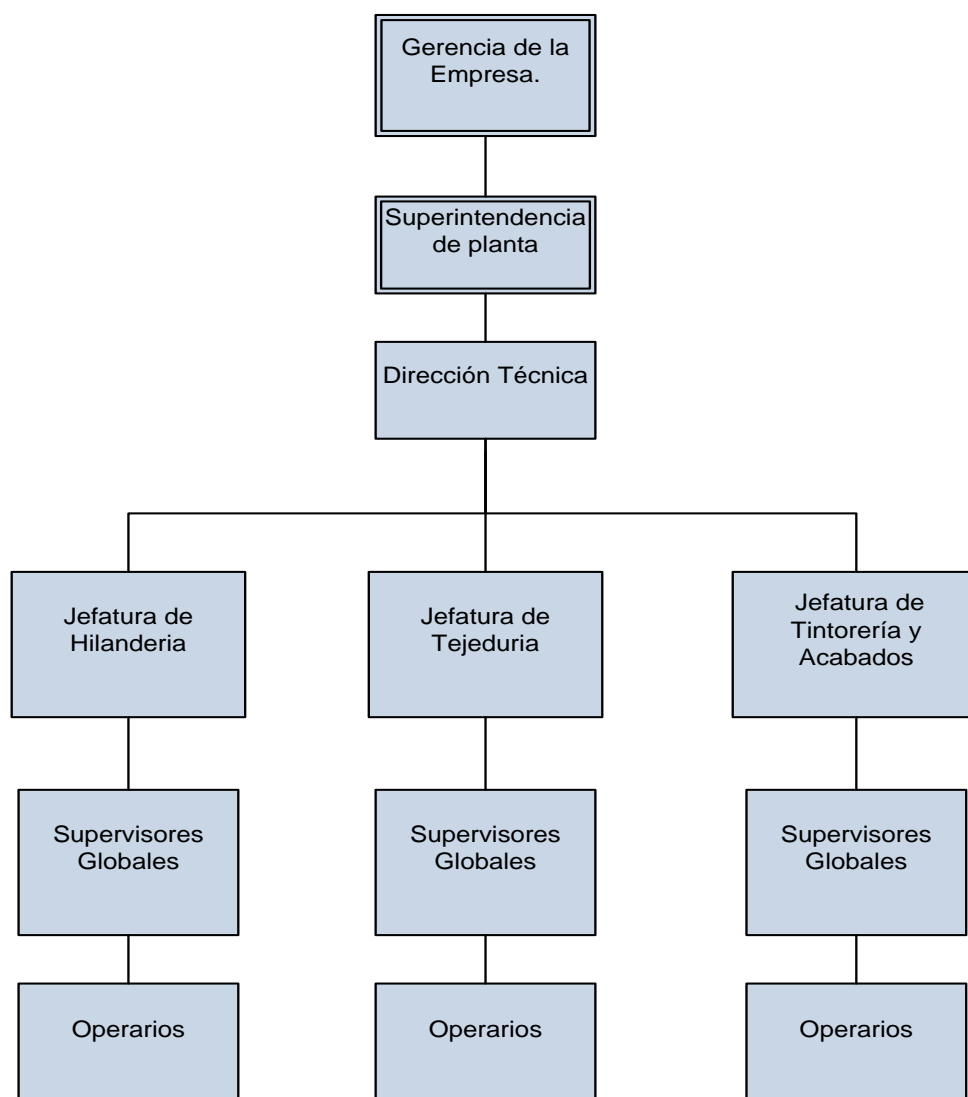
1.1.1. Área del problema

El problema que se aborda en el trabajo de investigación pertenece al área de manufactura industrial, específicamente al rubro textil, la empresa que sirve como modelo para el desarrollo del presente trabajo de investigación, fue fundada en los años 1990 como empresa dedicada a la producción y venta de hilados y tejidos de algodón. Desde sus inicios ha aplicado una política de inversión en infraestructura, maquinaria y equipos, así como la capacitación del personal con las más modernas técnicas de hilandería, tejeduría, tintorería y acabados, lo cual ha permitido que la planta haya podido mantenerse en el mercado a pesar de la crisis de los últimos años.

a) La Empresa

Es una empresa verticalmente integrada y en constante proceso de investigación, expansión y modernización. Posee una diversidad de equipos de última tecnología permitiéndole ofrecer la más completa variedad de hilos y tejidos de excelente calidad en corto plazo, con precios competitivos a nivel nacional.

Gráfico I.1
Organigrama de la Empresa



Fuente: Empresa en estudio.

Visión

Mantenerse como el proveedor más confiable, flexible y de gran capacidad de producción en el mercado a través del mejoramiento continuo ofreciendo la mejor calidad y puntualidad en la entrega.

Misión

Empresa productora de tejidos de punto de algodón de alta calidad, orientada a satisfacer las necesidades del mercado de esos productos.

Políticas

La empresa, asegura que suministrando los productos y servicios de alta calidad satisface las necesidades y expectativas de sus clientes, siempre comprometiéndose a:

1. Aplicar un programa que impulse y haga posible la mejora continua en el proceso productivo y promueva la eficacia en el sistema de calidad.
2. La capacidad permanente para el desarrollo del potencial de sus trabajadores, manteniendo en práctica "el trabajo en equipo" así como la integración con sus proveedores.
3. Desarrollar nuevos productos con la tecnología más apropiada disponible, fortalecer el progreso de la empresa; y generar beneficios para sus clientes, trabajadores, accionistas y sociedad.

El sistema de la empresa está compuesto por tres subsistemas como se aprecia en el gráfico (I.2).

1. Planta de Hilandería

Realiza un conjunto de operaciones para obtener como producto final el hilo, llevadas a cabo por máquinas individuales que requieren de considerable mano de obra.

2. Planta de Tintorería y Acabados

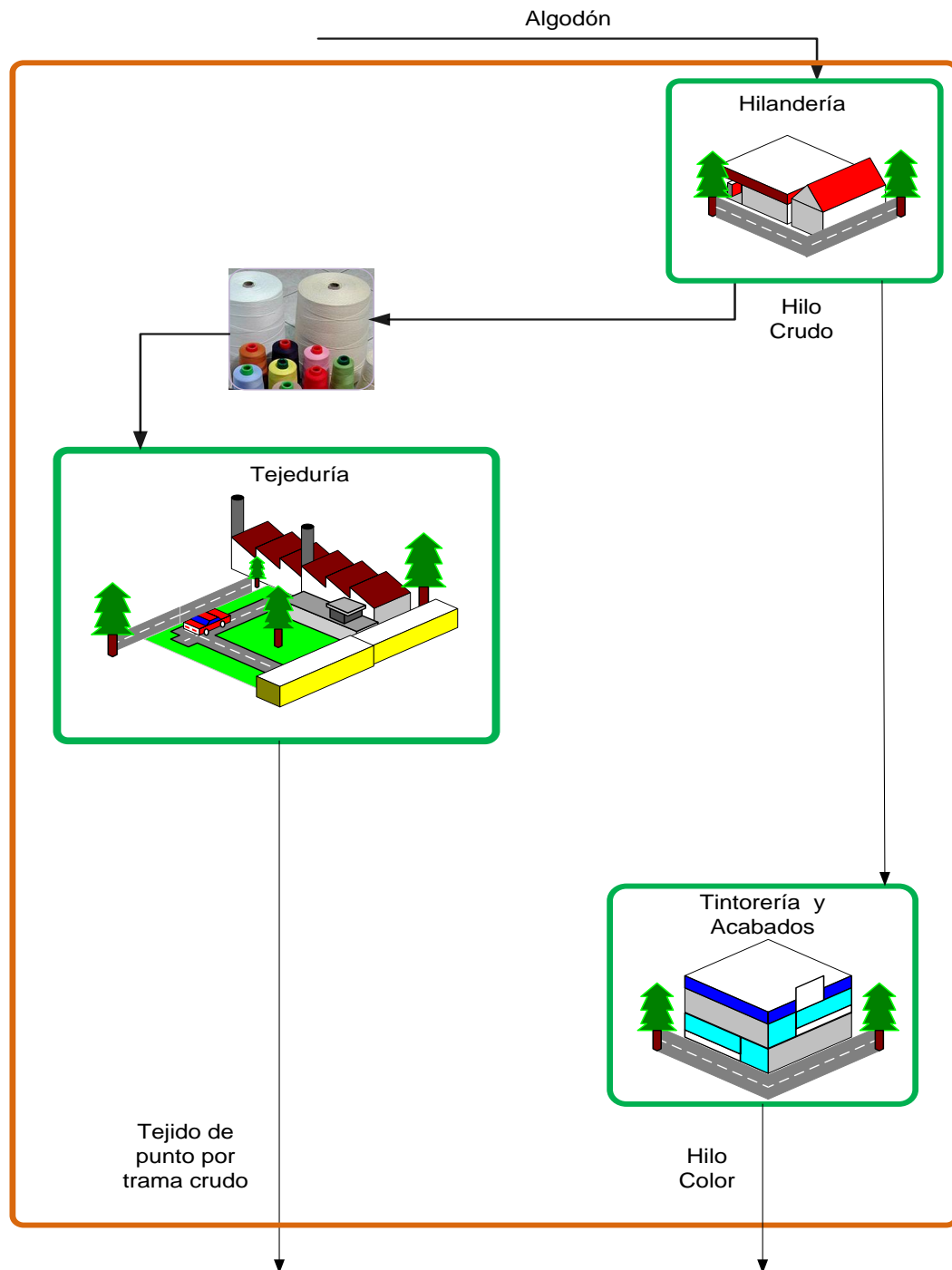
En esta planta se realiza el blanqueado y teñido tanto de los hilos como de los tejidos de algodón.

3. Planta de Tejeduría

En la cual se obtiene el tejido género de punto por trama siendo la materia prima base el algodón.

Cada subsistema se administra independientemente, sin embargo, al abastecimiento de materiales y al funcionamiento tienen dependencia secuencial como se muestra en el gráfico (I.2); de estos tres subsistemas que componen el sistema general, el que se analizó para el estudio es el subsistema planta de tejeduría.

Gráfico I.2
Sistema de la Empresa



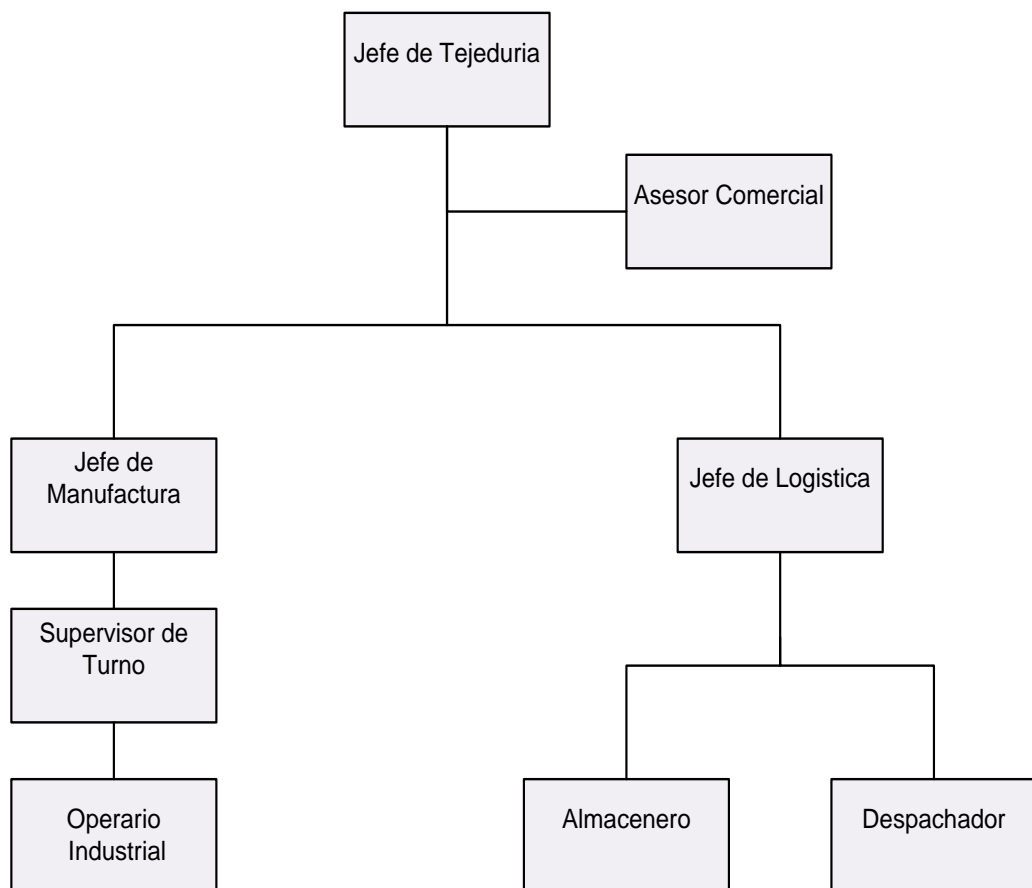
1.1.2. Delimitación del problema

a) Delimitación espacial

El presente estudio de investigación se realizó en la planta de tejeduría donde se obtienen exclusivamente tejidos de punto por trama.

La planta de tejeduría está ubicada en el departamento de Lima, en una extensión de aproximadamente 4500 m², su administración se lleva a cabo en forma independiente de los otros subsistemas, cuenta con su propio personal administrativo, técnico y operativo.

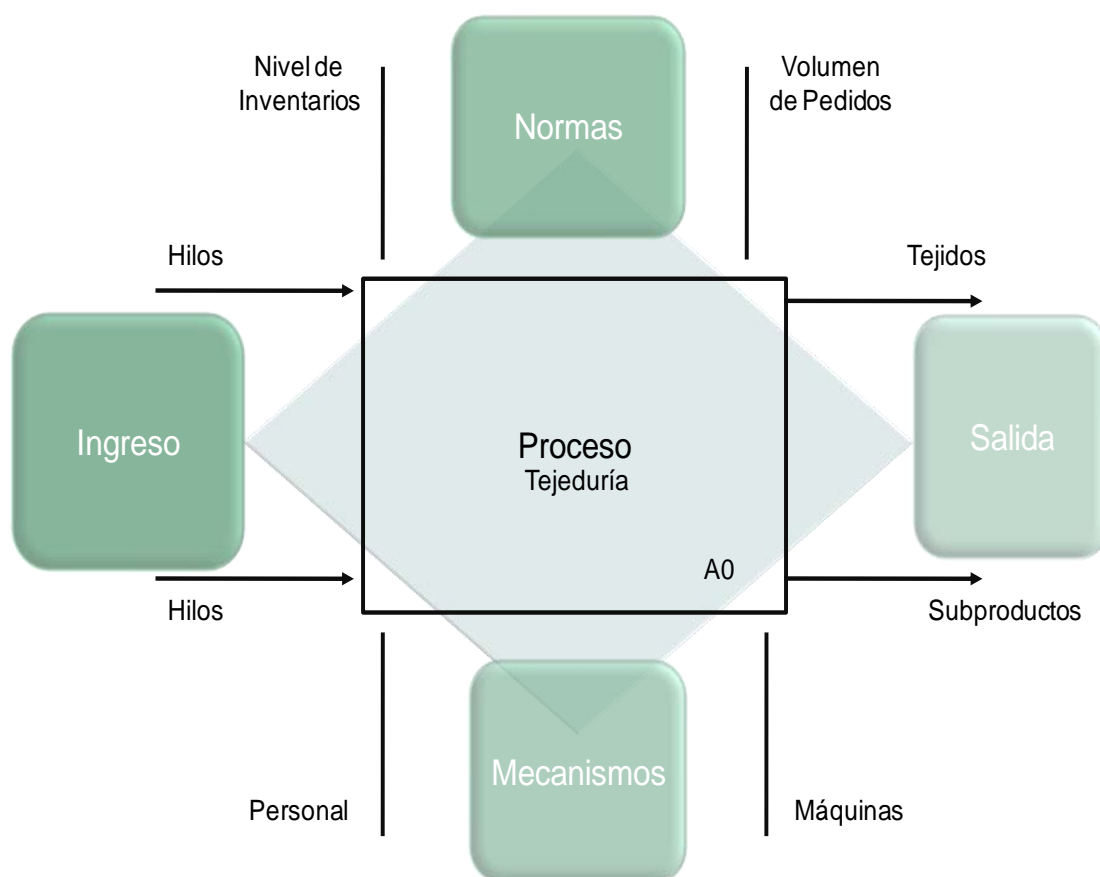
Gráfico I.3
Organigrama planta de Tejeduría



Fuente: Empresa en estudio

El gráfico (I.4), detalla en forma precisa el ¿qué se hace? en la planta de tejeduría.

Gráfico I.4
Qué se hace en planta de Tejeduría



Este diagrama nos representa en forma general lo que realiza la empresa, mediante la representación de ingreso, proceso y salida.

1. Ingreso

Como ingreso tenemos el hilo en crudo, en variedad de títulos, el título es el grosor del hilo, siendo principalmente: 12/1, 24/1, 30/1, 40/1 y 50/1 dependiendo el tipo de tejido que se va a producir. Este material es abastecido desde el almacén de materia prima (AMP.), el cual a su vez solicita reabastecimiento a la planta de hilandería o a algún otro proveedor si es necesario.

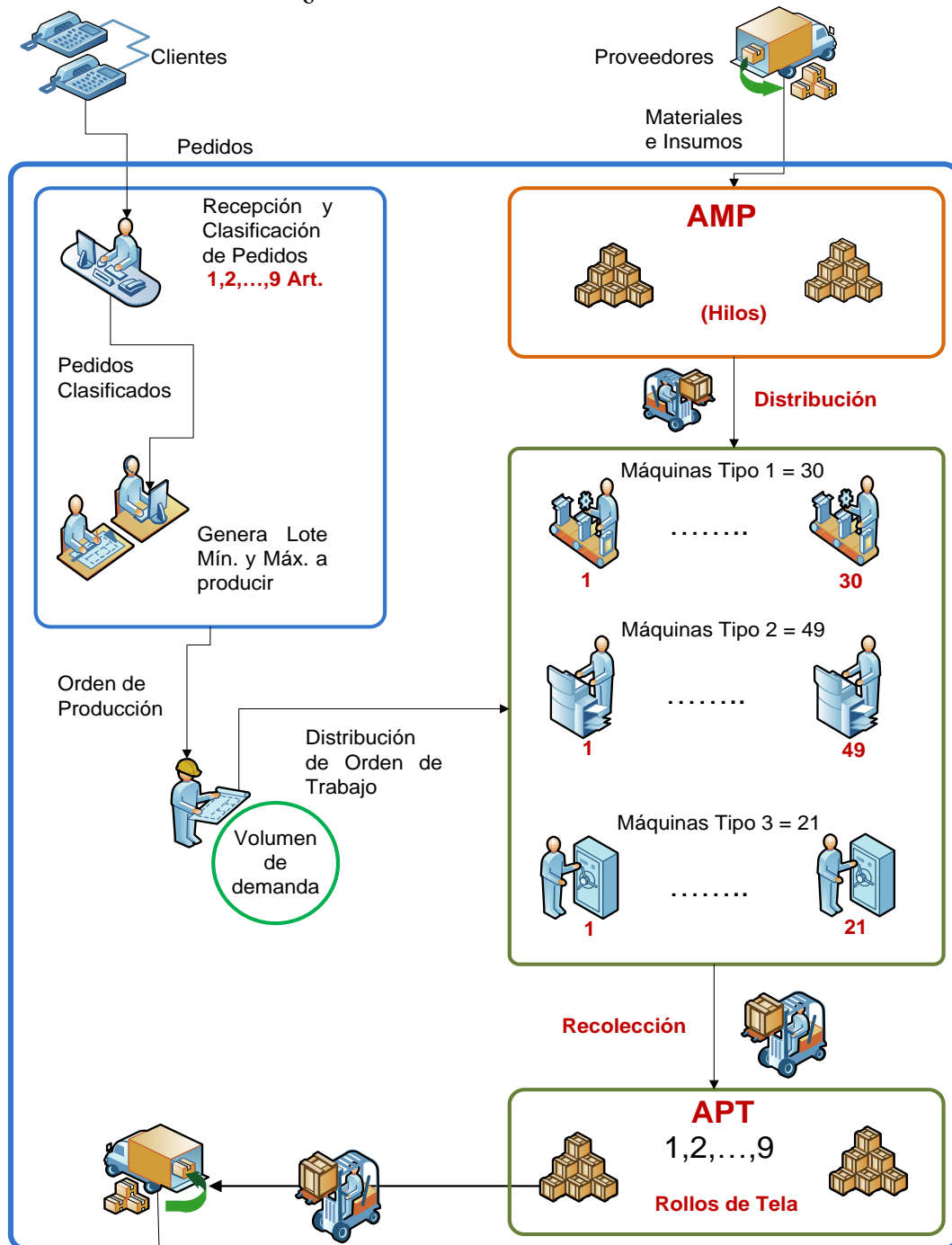
2. Proceso

El proceso principal transforma el hilo de algodón en tejido, siendo este tejido en crudo.

2.1. Operaciones principales en planta de tejeduría

Luego de analizar desde la perspectiva del ¿qué se hace? en el subsistema “Planta de Tejeduría” Gráfico (I.4), para conocer mejor el subsistema, ahora analicemos desde la perspectiva del ¿Cómo se hace? Para ello se utiliza el gráfico (I.5).

Gráfico I.5
¿Cómo se hace? Sistema actual



AMP.: Almacén de materia prima APT.: Almacén de productos terminados


Como se puede observar en el Gráfico (I.5) el subsistema planta de tejeduría, tiene una distribución adecuada de principio a fin, si a ello se le suma la exigente selección de sus recursos como: Las materias primas, Máquinas adecuadas y personal altamente calificada, con el fin de obtener artículos de excelente calidad.

2.2. Colocación de pedidos en el plan de producción

Se lleva acabo de la siguiente manera:

1. Se inicia la operación de colocación de pedidos, al realizarse el contacto del área comercial con cada uno de los clientes, pudiendo ser esta por varias vías como: visita personal, teléfono, fax, correo, otros más. Estos contactos se realizan para recordarle que están dentro de la fecha de recepción de requerimientos para el presente mes; una vez enterados, los clientes llenan un formato denominado orden de pedido, Gráfico (I.6), con cada uno de los requerimientos, pudiendo este constar de uno o más tipos de artículo, para luego hacerlos llegar a la empresa; los pedidos se reciben generalmente las dos últimas semanas de cada mes anterior al mes de la corrida de producción.
2. Luego de haber culminado el plazo de recepción de pedidos de los clientes, se inicia la clasificación y determinación del volumen de la demanda anticipada para cada tipo de artículo, y estos pedidos son los que se deben atender obligatoriamente. En caso de no contar con la capacidad de producción se solicita el servicio de terceros a fin de cumplir con los requerimientos de los clientes.
3. Se determina el volumen mínimo requerido, para ello es necesario conocer los saldos en stock, luego utilizando como ponderación la demanda anticipada, se hacen los pronósticos del volumen de demanda adicional o inventarios de seguridad, con ello se obtiene el volumen máximo requerido, siendo estos (volumen mínimo y máximo requerido) los que regulan el plan de producción.

Gráfico I.6
Formato de orden de pedido

 <p>Cliente: Confecciones Asatex EIRL Dirección: Humboldt 1335 La Victoria Teléfono: _____ Fax: _____ 01/08/2008 Fecha Vendedor Nombre: Juan Castro Código: 0001A Teléfono: _____ E_mail: _____</p>	Orden de Pedido	
	1-100	
	20101638609	
	Enviar a:	Confecciones Asatex EIRL
	Dirección	Pj. La Pradera Mz C3 Huachipa

Cantidad	Unid.	Código	Descripción del Producto	P.Unit.	Total
10	Piezas	A1	Jersey 20/1		
5	Piezas	A2	Jersey 30/1		
8	Piezas	A3	Franela 2 Hilos 24/1, 12/1		
11	Piezas	A4	Picke Simple 24/1		
7	Piezas	A5	Picke Doble 30/1		
15	Piezas	A6	Ribb 1X1 30/1		
6	Piezas	A7	Ribb 1X124/1		
9	Piezas	A8	Interlock 40/1		
17	Piezas	A9	Interlock 50/1		

Total: _____

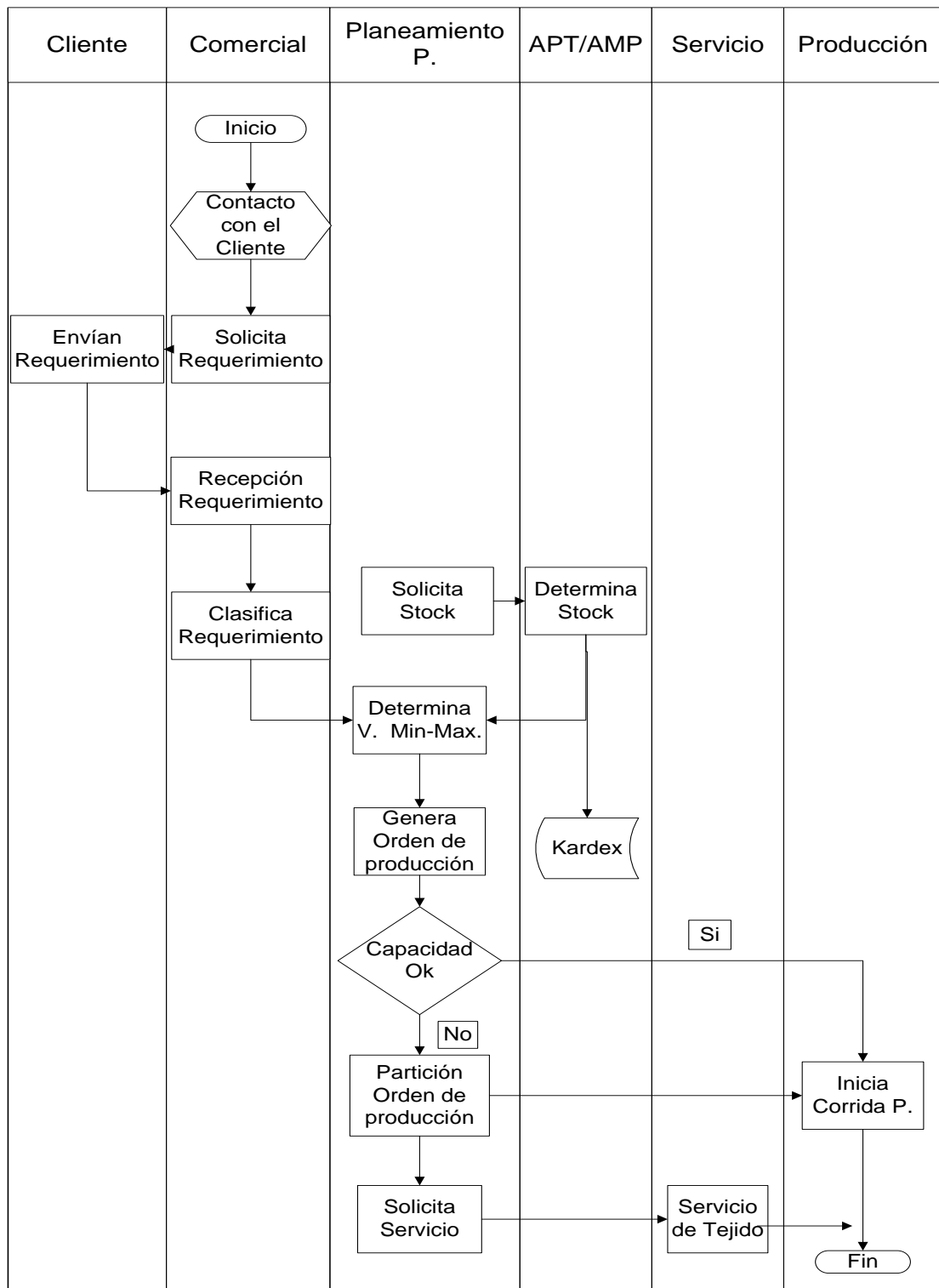
VVBB.

Fecha

Fuente: Empresa en estudio

- El jefe de planta distribuye la orden de producción a cada operador de máquina, bajo criterios tales como: el rendimiento de cada tipo de máquina y el volumen requerido de cada artículo, es decir el de mayor volumen tendrá mayor prioridad y será asignado a los tipos de máquinas con mayor rendimiento de producción.

Gráfico I.7
Colocación de pedidos en plan de producción



Fuente: Empresa en estudio

5. Durante la corrida de producción se van recogiendo los rollos de tela a medida que van saliendo para trasladarlos a los almacenes temporales de productos terminados (APT).
6. Se envían los pedidos de los artículos según como van saliendo, hasta completar el pedido total a cada cliente.

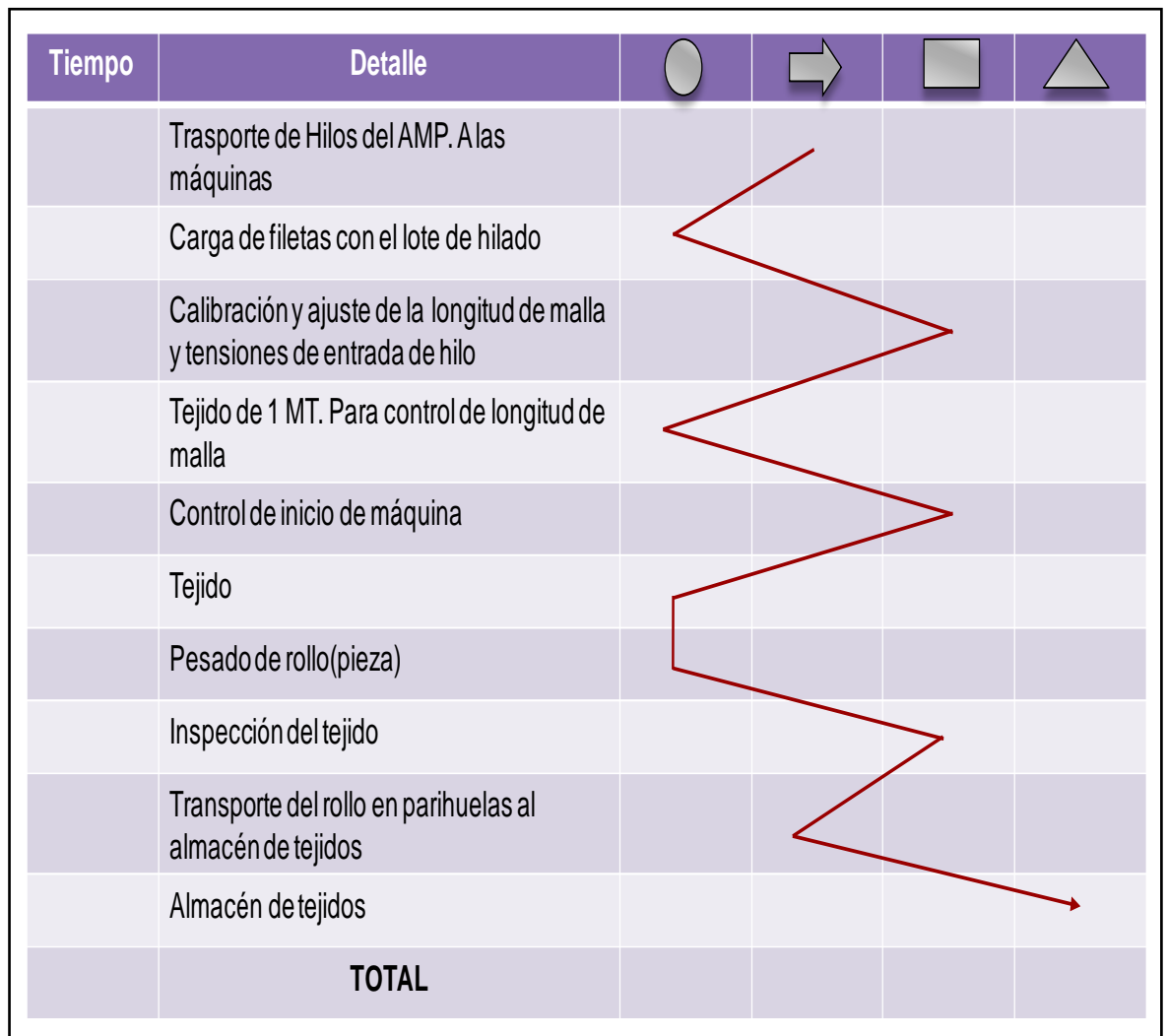
2.3. Secuencia de operaciones en el área de tejidos

1. Transporte del hilo del almacén (AMP) a las máquinas de trabajo.
2. Carga de filetas con el lote de hilado
3. Calibración y ajuste de la longitud de malla y tensión de entrada de hilo
4. Tejido de 1 metro para control de longitud de malla
5. Control de inicio de máquina
6. Tejido
7. Pesado de rollo
8. Inspección del tejido
9. Transporte del rollo en parihuelas al almacén de tejidos crudos.

En el Gráfico (I.8) se representan las actividades y sus secuencias en el proceso de producción de los tejidos, toda esta representación se realiza a partir de la información que brindan los encargados de planta de producción, apareciendo todas las actividades que ellos dicen haber considerado en los tiempos para determinar los rendimientos de cada tipo de máquina en la elaboración de cada tipo de artículo.

Este diagrama muestra la secuencia cronológica de todas las operaciones en las máquinas del área de tejeduría, inspecciones, márgenes de tiempo y materiales a utilizar en el proceso de fabricación, desde la llegada de la materia prima hasta el empaque o arreglo final del producto terminado.







Gráfico I.8
Diagrama de secuencias



Fuente: Empresa en estudio

En la Tabla (I.1) se detalla los símbolos y la definición de cada una de las actividades utilizadas en el diagrama de secuencia.

Tabla I.1
Representación de las actividades

Símbolo	Actividad	Definición
	Operación	Cuando un objeto está siendo modificado en sus características; se está creando, agregando o se está preparando para otra operación, transporte, inspección o almacenaje.
	Transporte	Cuando un objeto o grupo de ellos son movidos de un lugar a otro, excepto cuando tales movimientos forman parte de una operación o inspección.
	Inspección	Cuando un objeto o grupo de ellos son examinados para su identificación o para comprobar y verificar la calidad o cantidad de cualquiera de sus características.
	Demora	Cuando se interfiere en el flujo de un objeto o grupo de ellos. Con esto se retarda el siguiente paso planeado. Ejemplos: pieza hace cola para ser pesada.
	Almacenaje	Cuando un objeto o grupo de ellos son retenidos y protegidos contra movimientos o usos no autorizados. Almacén.
	Actividad combinada	Cuando se desea indicar actividades conjuntas por el mismo operario en el mismo punto de trabajo.

3. Salida

Como salida tenemos los productos y los subproductos.

3.1. Productos

Producto es el resultado que se obtiene al hacer funcionar las máquinas, los productos son los tejidos tubulares, es decir cerrados de gran diámetro, produciéndose en una variedad de nueve tipos, rollos de tejido de 20 Kg cada uno. El peso debe ser uniforme para que al ingresar a la tintorería y acabados no se generen saldos, pues ingresa a la tintorería con pesos múltiplos de 20 Kg. Asimismo los pedidos que se reciben de los clientes son cuantificados por rollos.

Los tejidos tienen dimensiones variables en el largo pero fijos en el ancho, además los pesos deben ser uniformes, estas características dependen mucho del tipo de materia prima que se utiliza, algunos necesitan menos longitud para alcanzar el peso requerido de 20 Kg. Los tejidos de género de punto por trama se obtienen en nueve tipos, como se aprecia en la Tabla (I.2).

Tabla I.2
Características de Artículos
Planta de Tejeduría

Nombre de Producto	Cód. Art.	Hilo		Artículo		Medidas(Mt.)		
		Tít.	Tipo	Unid.	Kg.	L	A	P
Jersey	A ₁	20/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Jersey	A ₂	30/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Franela 2 hilos	A ₃	24/1 12/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Picke Simple	A ₄	24/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Picke Doble	A ₅	30/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Ribb 1X1	A ₆	30/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Ribb 1X1	A ₇	24/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Interlock	A ₈	40/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F
Interlock	A ₉	50/1	Crudo	Rollo	20	V	F	F

Fuente: Empresa en Estudio

L: Largo de la tela, A: Ancho de la tela, P: Peso de la tela, V: Variable, F: Fijo

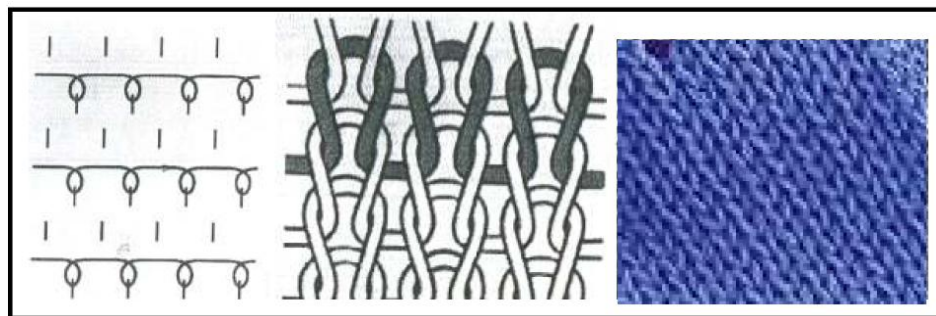
Estos nueve tipos de artículos pueden ser tejidos en cualquiera de los tres tipos de máquinas. La materia prima base de los tejidos es el hilo de algodón el cual se

distingue por títulos, el título viene a ser el grosor del hilo, a mayor título menor es el grosor del hilo.

i) Estructura Jersey

Es el ligamento clásico y el más sencillo en los tejidos de punto, es la base para la mayoría de los tejidos, se obtienen dos tipos de Jersey: 1) utiliza hilo en título 20/1. 2) utiliza hilo título 30/1. La principal característica de esta estructura es que el derecho y el revés de la tela son fácilmente reconocibles, otras características de este tejido son su facilidad de estirarse tanto vertical como horizontalmente, su finura y su bajo peso. Su desventaja es la siguiente: si se rompe una puntada, el tejido se corre fácilmente, tiende a su vez a enrullarse las orillas, hacia el envés en los laterales y hacia el haz en las orillas superior e inferior. Esta es una tela de peso ligero a medio y se vende en forma tubular o se corta y se vende plana.

Gráfico I.9
Estructura de tejido Jersey



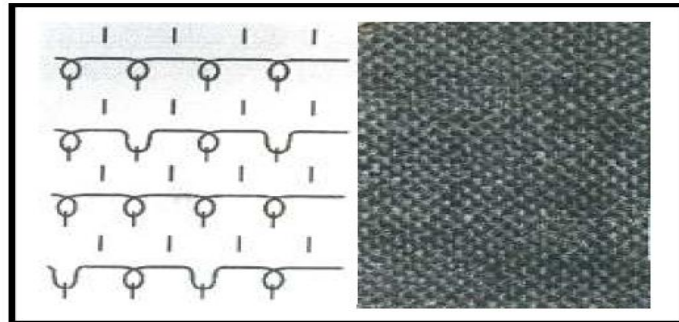
ii) Franela 2 hilos

Este tejido se puede producir en cualquiera de los tres tipos de máquinas y para su tejido utiliza dos tipos de hilo a la vez, siendo estos hilos de títulos 24/1 y 12/1.

iii) Estructura Picke

Este ligamento es conocido como falso ribb, en él en cada pasada teje la mitad de las agujas y en la sucesiva tejen las agujas que no han tejido en la pasada anterior. Se obtienen de dos tipos 1) el que utiliza hilo título 24/1, 2) el que utiliza hilo título 30/1.

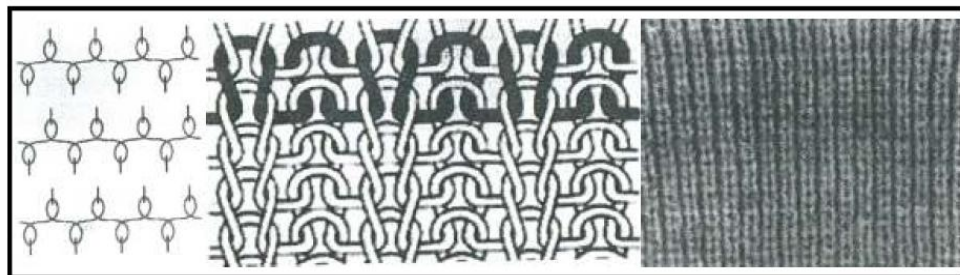
Gráfico I.10
Estructura de tejido Picke



iv) Estructura Ribb

La puntada delantera y el punto revés del punto liso tienen una disposición en cada vuelta, permitiendo al tejido buena elasticidad transversal. Las características del tejido ribb son su facilidad para el corte y confección de prendas, debido a que la tela no se curva por estar compensada y se estira a lo ancho; generalmente se utiliza en cuellos con collareta, se producen dos tipos de Ribb 1) el que utiliza hilo título 30/1 y 2) el que utiliza hilo 24/1. Una estructura acanalada está formada por columnas en el derecho y en el revés, pueden elaborarse en varias combinaciones: 1X1, 2X2, 2X3 y otros más, pero la empresa produce principalmente la combinación 1X1.

Gráfico I.11
Estructura de tejido Ribb

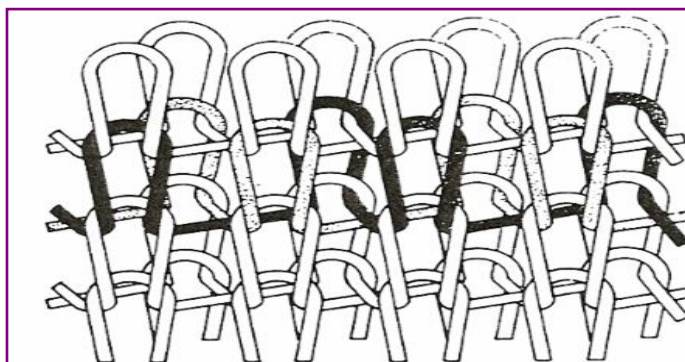


v) Estructura Interlock

Este tejido posee la misma apariencia en ambas caras es llamado también todas las agujas, aquí se tejen al mismo tiempo dos veces el ligamento ribb sobre una selección

de agujas 1x1 en el que la segunda pasada es complementaria a la primera, se obtienen en dos tipos 1) el que utiliza hilo título 40/1 y 2) el que utiliza hilo título 50/1. Su característica principal es que las mallas están compensadas desde la estructura por lo que resulta más estable y firme que el tejido jersey y posee menor elongación que el mismo. Los tejidos interlock se componen de dos puntadas acanaladas 1X1 que se entrelazan. Ambos lados de la tela son semejantes y se parecen al lado del derecho del jersey simple. El tejido interlock se estira como el jersey simple, pero la tela es más firme. Los tejidos interlock no se enroscan, y se corren y destejen solo de un extremo, la mayoría de los tejidos interlock son lisos y estampables.

Gráfico I.12
Estructura de tejido Interlock



3.2. Subproductos

Los subproductos son los desperdicios que se generan por la rotura de hilos durante el tejido, a los cuales se le denominan waype, y son comercializados por kilos, los clientes son empresas o personas naturales que se encargan del reciclado.

4. Mecanismos

También conocidos como recursos, estos son necesarios para el funcionamiento del área de tejeduría, entre los mecanismos tenemos: al personal y las maquinarias principalmente.

4.1. Máquinas

Las máquinas para el tejido son circulares, estas máquinas Gráfico (I.13), son de volúmenes altos de producción, ganan mayor eficiencia y mayor productividad.

Gráfico I.13
Máquina circular de tejido



Fuente: Senati Pna. Norte

La clasificación de máquinas con que cuenta la sección de tejeduría se aprecia en la Tabla (I.3).

Tabla I.3
Clasificación de máquinas
Planta de Tejeduría

Tipos	Nombres	Marca	Diámetro	Tejido	No
T01	Circulares	Mayer	Gran diámetro	Punto por trama	30
T02	Circulares	Terrot	Gran diámetro	Punto por trama	49
T03	Circulares	Orizio, Vanguard	Gran diámetro	Punto por trama	21
Total					100

Fuente: Empresa en estudio

4.2. Personal

Cuenta con mano de obra directa e indirecta Tabla (I.4) altamente capacitada para tener en funcionamiento la planta de tejeduría en tres turnos, 25 días al mes.

Tabla I.4
Personal del área de tejeduría

Tipos	Nombres	Cantidad	Turnos	Total
MOD	Operarios de Máquina	35	3	105
MOI	Jefe de planta	1	1	1
	Supervisores	1	3	3
	Control de Calidad	2	3	6
	Ayudantes	3	3	9
Total				124

Fuente: Empresa en estudio

5. Control

Son las políticas, normas o leyes que regulan el funcionamiento del proceso, entre ellas tenemos: los volúmenes de pedidos de cada uno de los artículos y los inventarios de seguridad para atender ventas imprevistas o proyectadas.

b) Delimitación temporal

En la realización del presente estudio de investigación se contó con informaciones reales y actuales para formular y validar el modelo de Programación Lineal Entera.

Esta información es: número de artículos, volúmenes de demanda y contribuciones unitarias de cada uno de los artículos, número y tipos de máquinas con los que se cuenta, en consecuencia como toda esta información debe ser mensual, se tomó como referencia el mes de agosto del año 2008, que en adelante se le denominará periodo. Para el caso del rendimiento de cada una de las máquinas para cada uno de los artículos que se producen, y alguna otra información necesaria se tomó como referencia el año 2008.

1.1.3. Formulación del problema

El problema

Actualmente la forma como se lleva a cabo la asignación de máquinas a órdenes de producción, carece de sustento técnico científico válido, por esta razón se ignora que tal forma de asignación sea la óptima; por lo tanto, la contribución total que percibe la empresa en un periodo determinado posiblemente tampoco sea la máxima.

Preguntas de Investigación

¿Cuál es la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción que permitirá que la contribución total en un periodo determinado sea máxima?

¿La asignación óptima de máquinas a órdenes de producción también permitirá obtener el volumen óptimo a producir?

¿Cuál es el volumen óptimo a producir que permitirá que la contribución total en un periodo determinado sea máxima?

El subsistema que se estudia, es el área denominada planta de tejeduría, la cual inicia sus operaciones con la recepción de los pedidos, luego los clasifica y genera las

órdenes de producción, estas órdenes de producción contienen el número de unidades necesarias a producir por cada uno de los nueve tipos de artículos, con el cual debe atender los requerimientos anticipados de los clientes, y además debe producir una cantidad adicional aproximada de unidades para tener como inventario de seguridad y atender requerimientos posteriores de los clientes o alguna otra venta ocasional; habiéndose generado las órdenes de producción se hace entrega a las personas encargadas para su ejecución, estas personas, dada la experiencia con que cuentan y su conocimiento de cada una de las características de los artículos y de las máquinas, considerando que hay cien máquinas agrupadas en tres tipos y cada tipo con características diferentes, para cumplir con las órdenes de producción, asignan una o más máquinas a cada una de las órdenes de producción, considerando algunos de los criterios, más no todas a la vez. Alguno de los criterios que consideran las personas encargadas a realizar la asignación de máquinas a órdenes de producción son:

1. A los artículos con volúmenes pequeños les asignan las máquinas con mayor rendimiento o capacidad, con la finalidad de librarse de una orden de trabajo lo más pronto posible.
2. En otros casos a los artículos con volúmenes pequeños les asignan la mínima cantidad de máquinas y además con mínimo rendimiento o capacidad, con la finalidad de no distraer en trabajos pequeños la mayor cantidad de máquinas con mayor rendimiento o capacidad.
3. También a los artículos con volúmenes grandes les asignan el mayor número de máquinas posibles con mayor rendimiento o capacidad, con la finalidad de asegura el cumplimiento de la entrega de estos pedidos lo ante posible pues tienen la mayor demanda.

Y así muchos otros criterios que las personas encargadas de distribuir la orden de producción consideren las más adecuadas desde sus puntos de vista, con el fin de cumplir con la entrega de los requerimientos anticipado de sus clientes. El problema radica precisamente en esto, en que la asignación de máquinas a órdenes de producción, actualmente se lleva acabo de forma empírica.

Teniendo en cuenta que para tomar la decisión de asignar las máquinas a órdenes de producción debemos considerar criterios como:

- Las máquinas están clasificados en tres grupos o tipos.
- Cada tipo con un número determinado de máquinas.
- Cada tipo de máquina con rendimientos diferentes para cada tipo de artículo.
- Las órdenes de producción contienen nueve tipos de artículos a producir.
- Cada tipo de artículo con volúmenes mínimos y máximos diferentes.
- Cada artículo con márgenes de contribución diferentes.
- Se tiene pronósticos adicionales de demanda, inventarios de seguridad para demandas futuras, y otros más.

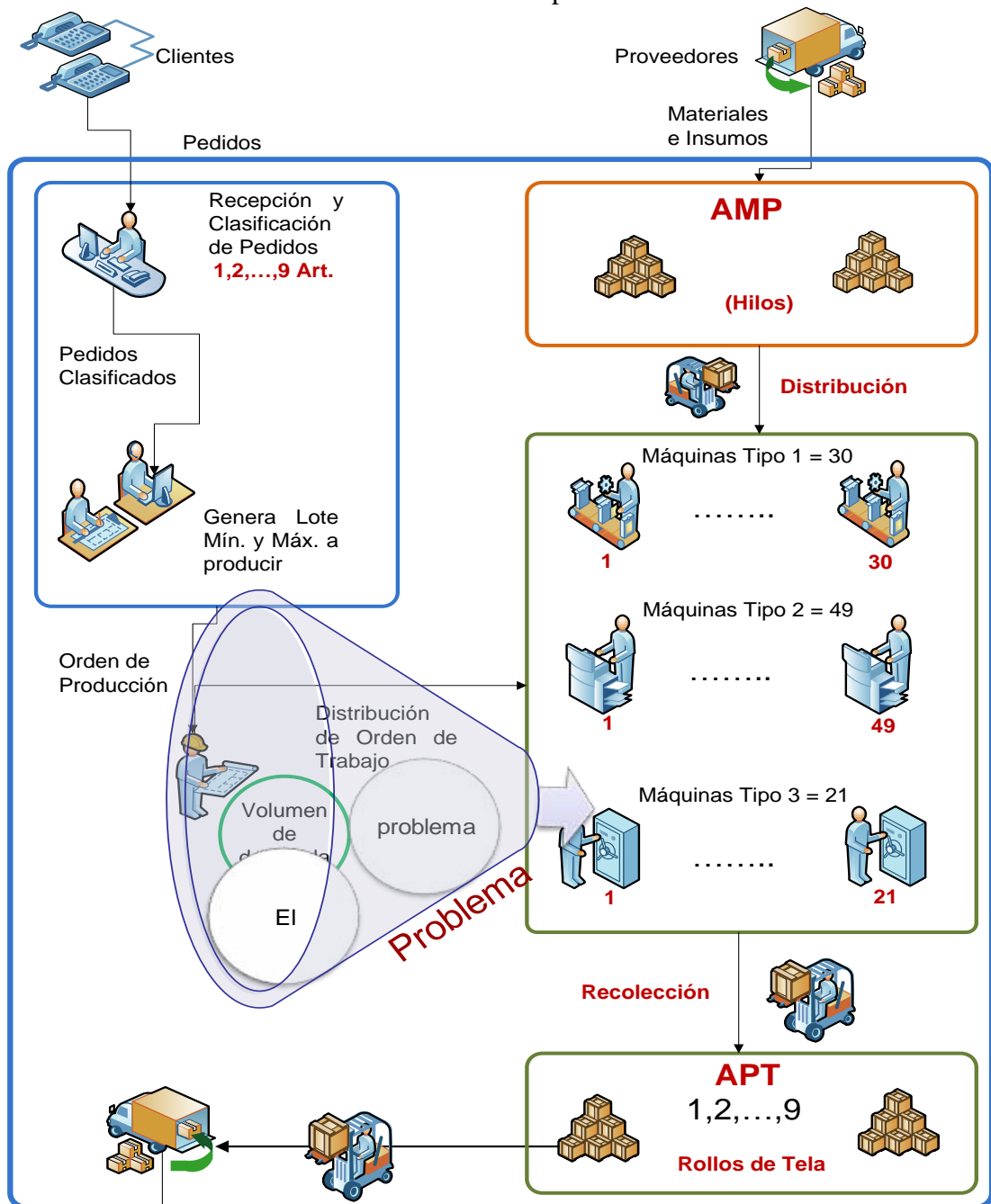
Considerar estos múltiples criterios una sola persona y sin ayuda de algún sistema para tomar decisiones al asignar las máquinas a las órdenes de producción creo que es simplemente imposible.

Para dar solución a este problema se ha determinado que es posible formular un modelo de Programación Lineal Entera que considere a todos los criterios posibles con la finalidad de planificar de una manera óptima la asignación de máquinas para ejecutar las órdenes de producción, de tal manera que beneficie a la empresa maximizando sus contribuciones totales y optimizando la utilización de sus recursos, maquinarias, materiales, personal y otros.

De esta manera también se contribuirá a que la empresa pueda calcular y conocer con anticipación la cantidad de recursos necesarios para cumplir con los requerimientos de sus clientes y al saber con cuanto de ingreso contará podrá planificar de forma adecuada en la distribución y asignación de recursos para el buen funcionamiento integral del mismo.

El problema, se representa en el gráfico siguiente, Gráfico (I.14).

Gráfico I.14
Identificación del problema



AMP.: Almacén de materia prima APT.: Almacén de productos terminados

1.1.4. Justificación de la investigación

La mayoría de las empresas desarrollan sus actividades en conexión con otros agentes (clientes-proveedores) y esta relación condiciona el cumplimiento del objetivo que motiva su existencia. Para cumplir y mantener a estos agentes, en este caso a los clientes a quienes principalmente deben su existencia las empresas, deben

brindar un buen producto y a un precio competitivo. El precio competitivo se consigue, siendo eficientes en el proceso de producción principalmente; las empresas al producir incurren en costos, estos son los costos de producción, los cuales siempre están en el centro de las decisiones empresariales, ya que todo incremento en los costos de producción normalmente significa una disminución de los beneficios de la empresa. En la empresa en la cual se realiza el estudio, uno de estos costos se genera de la forma como se realiza la asignación de máquinas a órdenes de producción la cual determina la contribución total que se percibe. Así, se ha considerado trascendente formular un modelo de Programación Lineal Entera con el fin de determinar la contribución total máxima que se puede obtener en un periodo determinado, para ello se debe contar con la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción, para de esta manera contribuir con la reducción de los costos de producción, con lo cual se podrá incrementar la competitividad de la empresa frente a sus principales competidores en el ámbito local e internacional, preparándose de esa manera mediante la adopción de un sistema de producción que le permita ser mas eficiente como organización dándole la debida importancia y prestándole atención a las prioridades competitivas actuales del mercado: eficiencia, costos, fechas de entrega y flexibilidad.

1.1.5. Limitaciones de la investigación

Se han detectado las siguientes limitaciones que interfirieron en la realización del estudio.

1. Lugar o espacio donde se llevó acabo el estudio: Si bien el estudio se realizó en la planta de tejeduría de la empresa, no quiere decir que se accedió libremente a dichas instalaciones, se hizo de forma coordinada, puesto que se podría interferir con la labor diaria de la sección, por ello que toda información necesaria debió solicitarse en las oficinas de la administración, la cual coordinaba con los responsables para que se proporcione la información o se facilite los archivos para recabarlos. Y cuando fue necesaria la realización de alguna rutina de reconocimiento del proceso, se solicitó autorización.

La información que fue proporcionada permitió acceder a los rendimientos, demandas anticipadas, proyectadas, contribuciones de cada artículo, entre otra.

Esta información o datos proceden de fuentes secundarias, de algunos registros que la empresa facilitó o en algún caso lo enviaron ya resumidos.

De alguna manera esta es una limitación puesto que no se puede corroborar si los datos han sido tomados de forma correcta o si se han considerado todos los criterios necesarios para una buena recolección de datos.

2. Tiempo: Para fines de investigación la empresa estableció entre 4 a 6 horas por día. Tiempo realmente insuficiente, teniendo en cuenta además que son sólo 2 a 3 días por semana.
3. Personal: Debido a la escasa disponibilidad de tiempo de los profesionales y técnicos del área textil de la empresa, no fue posible contar con el asesoramiento suficiente de los profesionales y técnicos de la empresa, razón por la cual acudimos a realizar consultas al SENATI y a la Escuela de Ingeniería Textil de la Universidad Nacional de Ingeniería.
4. Material: El material bibliográfico sobre tejido de punto por trama en el país, tal como libros, revistas, tesis, monografías, es escaso.

1.2. Objetivos

a) Objetivo general

Determinar la contribución total máxima de cada uno de los artículos que se produce para un periodo determinado, mediante la formulación de un modelo de Programación Lineal Entera que realice la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción.

b) Objetivos específicos

Dentro de los objetivos específicos tenemos:

1. Para maximizar la contribución total del periodo, el modelo que se formule debe determinar la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción, involucrando el mayor número de criterios posibles como: rendimientos de las máquinas, volúmenes adecuados, contribuciones unitarias y otros más.

2. Con el modelo de Programación Lineal Entera que se formule no sólo se obtendrá la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción sino también los volúmenes óptimos a producir de cada uno de los nueve tipos de artículo, a fin de lograr un máximo aprovechamiento de los recursos: materiales, personal, máquinas, espacio físico y otros más.
3. Al contar con información anticipada como el volumen óptimo de producción, se podrá ayudar a los departamentos involucrados en la planificación de la cantidad necesaria de cada uno de los recursos involucrados en la producción, tales como: la cantidad de materia prima, mano de obra directa, horas extras si es necesario y otros más.
4. Al disponer oportunamente de información acerca de los volúmenes óptimos a producir de cada uno de los nueve tipos de artículos, también será posible determinar la contribución total mensual que se percibirá de cada uno de ellos.
5. El contar con información anticipada como la contribución total que se percibirá en beneficio global de la empresa, ayudará a las personas involucradas a tomar decisiones sobre las obligaciones internas tales como salarios, mantenimientos y otros y externas tales como impuestos, seguros, proveedores, y otros, de forma adecuada, asimismo, ayudará a los encargados del área financiera de la empresa, a proyectar el flujo de caja económico financiero oportuna y adecuadamente.

1.3. Hipótesis y Variables

a) Hipótesis

Si se determina la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción, con el modelo de Programación Lineal Entera, entonces, el margen de contribución total mensual que perciba la empresa será máximo.

b) Variables

1. x_{ij} : Número de máquinas tipo (i) asignadas a la producción del artículo tipo (j), donde: $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

Por la función que cumple en la hipótesis : Independiente
 Por el método de estudio : Cuantitativa
 Por los valores que adquiere : Discreta

2. $z = f(x_{ij})$: función objetivo a maximizar, es el margen de contribución total que percibirá la empresa, donde: $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

Por la función que cumple en la hipótesis : Dependiente
 Por el método de estudio : Cuantitativa
 Por los valores que adquiere : Continua

1.4. Marco Teórico Conceptual

1.4.1. Antecedentes de la investigación

Las empresas del sector primario también denominados extractivos (agricultura, ganadería, pesca, minería, petróleo, gas, entre otros), secundario o Industrial (construcción, maderera, textil, papelería, entre otros) y terciario o de servicios (bancos, seguros, transporte, hotelería, entre otros), en especial de los países desarrollados, dada la escasez inminente y encarecimiento de algunos recursos básicos para su funcionamiento; se encuentran aplicando hoy, técnicas de Investigación Operativa como la Programación Lineal, Programación no Lineal, Programación Estocástica, métodos de redes CPM-PERT, Métodos Numéricos, Teoría de Juegos y la Simulación entre otras más para resolver problemas de programación de la producción, con la finalidad de optimizar sus recursos como: tiempos, materiales, personal, e incrementar de esta manera sus contribuciones e igualmente reducir sus costos.

a) Antecedentes Generales

En nuestro medio, se realizaron aplicaciones tales como, los estudios realizados en una organización estatal, para la optimización de distribución de programas alimentarios, en este caso utilizan una variante de Programación Lineal, el Modelo de Transporte, el estudio se intitula “La optimización del transporte en el Programa Alimentario PRONAA”

También tenemos en la industria privada de manufactura, para la asignación de maquinarias en procesos de producción, en este caso se aplica la Programación Lineal Binaria, una variante de la Programación Lineal Entera, el estudio se intitula “Modelo de asignación aplicado a la manufactura en una cadena de abastecimiento”

b) Antecedentes específicos

En la empresa en estudio no se ha realizado ningún estudio referente a asignación óptima de recursos, más aun de la asignación de máquinas a órdenes de producción. Se ha encontrado estudios de otras empresas pero del tipo de asignación de máquinas mediante la Programación Lineal Entera Binaria.

1.4.2. Definiciones de términos básicos

1. La Observación

CARRASCO [3] p. 282, define de la siguiente manera:

“En términos mas específicos, la observación se define como el proceso sistemático de obtención, recopilación y registro de datos empíricos de un objeto, un suceso, un acontecimiento o conducta humana con propósitos de procesarlo y convertirlo en información”

2. Parámetros

Término numérico de las ecuaciones matemáticas cuyo valor puede variar dependiendo del ámbito de aplicación del modelo.

3. Constantes

Término numérico de las ecuaciones matemáticas cuyo valor es invariable dentro del marco espacial y temporal de aplicación del modelo.

4. Inventarios

Inventarios son bienes tangibles que se tienen para la venta en el curso ordinario del negocio o para ser consumidos en la producción de bienes o servicios para su

posterior comercialización. Los inventarios comprenden, además de las materias primas, productos en proceso y productos terminados o mercancías para la venta.

5. Demanda

Se denomina demanda al acto, actitud o predisposición de adquirir bienes y/o servicios.

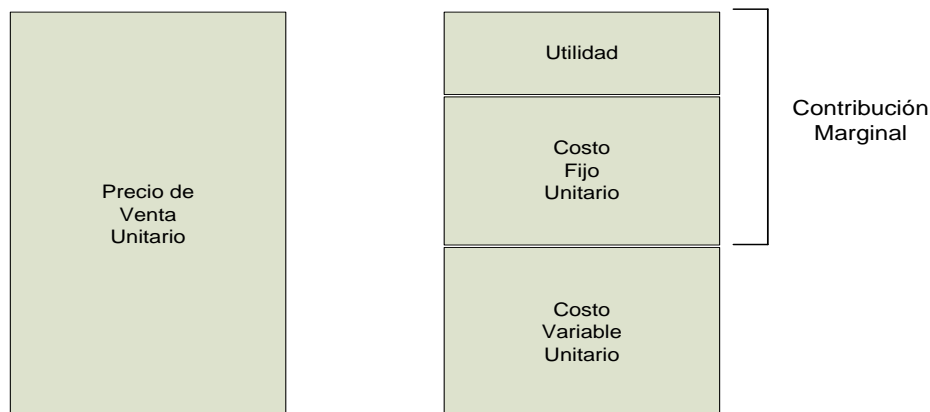
6. Contribución Marginal

Se llama "contribución marginal" o "margen de contribución" a la diferencia entre el Precio de Venta y el Costo Variable Unitario.

$\text{Contribución Marginal} = \text{Precio de Venta} - \text{Costo Variable Unitario}$

Se le llama "margen de contribución" porque muestra como "contribuyen" los precios de los productos o servicios a cubrir los costos fijos y a generar utilidad, que es la finalidad que persigue toda empresa.

Grafico I.15
Contribución Marginal



Fuente: Empresa en estudio

Se pueden dar las siguientes alternativas:

- i) Si la contribución marginal es "positiva", contribuye a absorber el costo fijo y a dejar un "margen" para la utilidad o ganancia.

- ii) Cuando la contribución marginal es igual al costo fijo, y no deja margen para la ganancia, se dice que la empresa está en su "punto de equilibrio". No gana, ni pierde.
- iii) Cuando la contribución marginal no alcanza para cubrir los costos fijos, la empresa puede seguir trabajando en el corto plazo, aunque la actividad de resultado negativo. Porque esa contribución marginal sirve para absorber parte de los costos fijos.
- iv) La situación más crítica se da cuando el "precio de venta" no cubre los "costos variables", o sea que la "contribución marginal" es "negativa". En este caso extremo, es cuando se debe tomar la decisión de no continuar con la elaboración de un producto o servicio.

7. Pronósticos

Es el proceso de estimación en situaciones de incertidumbre. El término predicción es similar, pero más general, y generalmente se refiere a la estimación de series temporales o datos instantáneos. El pronóstico ha evolucionado hacia la práctica del plan de demanda en el pronóstico diario de los negocios. La práctica del plan de demanda también se refiere al pronóstico de la cadena de suministros.

8. Problema de Programación Lineal en forma canónica.

El modelo de un programa lineal está en forma canónica si el objetivo es maximizar una función lineal sujeta a restricciones estructurales exclusivamente de la forma " \leq ", y las variables solamente admiten valores no-negativos.

9. Problema de Programación Lineal en forma mixta.

El modelo de un programa lineal está en forma mixta, cuando la función objetivo es la maximización o la minimización de una función lineal sujeta a restricciones estructurales de la forma " \leq " o " \geq ", y las variables de decisión solo admiten valores no-negativos.

1.4.3. Bases teóricas

1.4.3.1. Optimización

La optimización es una parte relevante dentro de la Investigación Operativa, consiste en la selección de una alternativa mejor, en algún sentido que las demás alternativas posibles, es un concepto inherente a toda la Investigación Operativa, sin embargo, determinadas técnicas propias de la Investigación Operativa se recogen bajo el nombre de optimización o programación matemática..

Resolver un problema de optimización consiste en encontrar el valor que deben tomar las variables para hacer óptima la función objetivo satisfaciendo el conjunto de restricciones.

1. Variables: Representan las decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo. Desde un punto de vista funcional se pueden clasificar en variables independientes o principales o de control y variables dependientes o auxiliares o de estado, aunque matemáticamente todas son iguales. En el caso de un sistema eléctrico serán los valores de producción de los grupos de generación o los flujos por las líneas. En el caso de la venta, la cantidad de cada producto fabricado y vendido. En el caso de la fabricación de un producto, sus dimensiones físicas.
2. Función objetivo: Es la medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se desea optimizar (maximizar o minimizar). Como ejemplo de funciones objetivo se pueden mencionar: la minimización de los costes variables de operación de un sistema eléctrico, la maximización de las contribuciones netos de venta de ciertos productos, la minimización del cuadrado de las desviaciones con respecto a unos valores observados, la minimización del material utilizado en la fabricación de un producto, etc.
3. Restricciones: Representan el conjunto de relaciones (expresadas mediante ecuaciones e inecuaciones) que ciertas variables están obligadas a satisfacer. Por ejemplo, las potencias máxima y mínima de operación de un grupo de generación, la capacidad de producción de la fábrica para los diferentes productos, las dimensiones del material bruto del producto, entre otros.

1.4.3.2. Clasificación de los métodos de optimización

No existe ningún método de optimización que pueda resolver eficientemente todo tipo de problemas y de ahí que se hayan desarrollado diversos métodos a lo largo de los años, a los métodos de optimización también se les llama programación matemática.

a) Métodos clásicos

Que son los que habitualmente se explican en los libros Investigación de Operaciones y se encuentran:

Programación Lineal

Programación Lineal Entera

Programación Lineal Entera Mixta

Programación estocástica

Programación dinámica

Métodos híbridos

De forma muy general y aproximada se puede decir que los métodos clásicos buscan y garantizan un óptimo local.

b) Métodos metaheurísticos

Que aparecieron ligados a lo que se denominó inteligencia artificial y se incluyen los algoritmos evolutivos (genéticos entre otros), el método del recocido simulado o simulated annealing o las búsquedas heurísticas método tabú, búsqueda aleatoria, entre otros. Los métodos metaheurísticos tienen mecanismos específicos para alcanzar un óptimo global aunque no garantizan su alcance.

1.4.3.3. Programación Lineal

ÁLVAREZ [1] p. 44, conceptualiza de la siguiente manera:

“Es una técnica de optimización que consiste en la maximización o minimización de una función lineal, llamada función objetivo, sujeta a restricciones también lineales. El criterio de optimización es por lo general un objetivo económico, por ejemplo maximizar un beneficio o minimizar un costo y por esta razón recibe el nombre de función económica o función objetiva.”

Los modelos de Programación Lineal son más utilizados que todos los otros tipos de optimización y abarcan cualquier tipo de actividad humana como micro y macroeconomía, finanzas, marketing, economía de la energía, organización de la producción, planificación de la operación, selección de procesos, asignación de tareas, ingeniería química, forestal, agrónoma, comercio internacional, desarrollo económico y muchos otros más. Los problemas de Programación Lineal se componen generalmente de estos tres ingredientes:

1. Variables: Las variables representan valores reales mayores o iguales a cero.

2. Función Objetivo

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

El criterio de optimización de la función objetivo es: Minimizar o Maximizar.

3. Restricciones: Las restricciones pueden ser de la forma:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m$$

Los tres tipos de restricciones pueden darse simultáneamente en el mismo problema.

Y las restricciones de no negatividad

$$x_j \geq 0; \quad j = 1; 2; \dots; n \quad i = 1; 2; \dots; m$$

En las ecuaciones anteriores a_{ij}, b_i, c_j , son valores que se asumen conocidos; y el problema consiste en hallar los valores de las x_j , que optimicen la función sujeta a las restricciones, las variables x_j se llaman variables de decisión.

Forma Estándar de Problema de Programación Lineal

En la forma estándar todas las restricciones se expresan como igualdades agregando variables de holgura o restando variables de exceso, para mayor detalle consúltese: WINSTON [14] p. 135, a modo resumen podemos dejar la Tabla (I.5), según la desigualdad que aparezca, y con el valor que deben estar las nuevas variables.

Tabla I.5
Variables de estandarización

Tipo de desigualdad	Tipos de variables que aparecen
\geq	-Exceso + Artificial
$=$	+Artificial
\leq	+Holgura

Luego de haber estandarizado el modelo, puede ocurrir que necesitemos aplicar el método Simplex o el de las Dos Fases para dar solución al Problema de Programación Lineal.

1.4.3.4. Métodos de solución de Programación Lineal

a) El método Gráfico o Geométrico

El método gráfico se utiliza para la solución de Problemas de Programación Lineal, representando geométricamente a las restricciones, condiciones técnicas y el objetivo; un modelo de Programación Lineal se puede resolver en forma gráfica si sólo tiene dos variables, para modelos con tres o más variables, el método gráfico es impráctico o imposible.

b) El Método Simplex

El método del simplex fue creado en 1947 por el matemático George Dantzig. El álgebra matricial y el proceso de eliminación de Gauss-Jordan para resolver un sistema de ecuaciones lineales constituyen la base del método simplex. Para resolver un problema representado mediante un modelo estandarizado de Programación Lineal como el siguiente:

$$\text{Maximizar o Minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + c_{n+1}x_{n+1} + \dots + c_{n+m}x_{n+m} = 0$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2 \\ \vdots &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m \end{aligned}$$

$$\underbrace{x_1, \dots, x_n \geq 0}_{\text{Variables Originales}} \quad \underbrace{x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \geq 0}_{\text{Variables de Holgura}}$$

Se utiliza el tablero Simplex Tabla (I.6) para las iteraciones y darle solución al Problema Lineal.

Tabla I.6
Formato de tablero simplex

c_j →		c_1	c_2	...	c_n	c_{n+1}	c_{n+2}	...	c_{n+m}	LD Sol.	θ_i
		V. de Decisión				V. de Holgura					
c_B ↓	V. Básicas x_B	x_1	x_2	...	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	...	x_{n+m}	b_i	
c_{n+1}	x_{n+1}	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	0	0	b_1	
c_{n+2}	x_{n+2}	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	0	0	b_2	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	0	\ddots	0	\vdots	
c_{n+m}	x_{n+m}	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	0	1	b_m	
z_j		z_1	z_2	...	z_n	z_{n+1}	z_{n+2}	...	z_{n+m}	z	
$c_j - z_j$											

F
i
l
a
s

Columnas

Fuente: Programación Lineal, Método Simplex

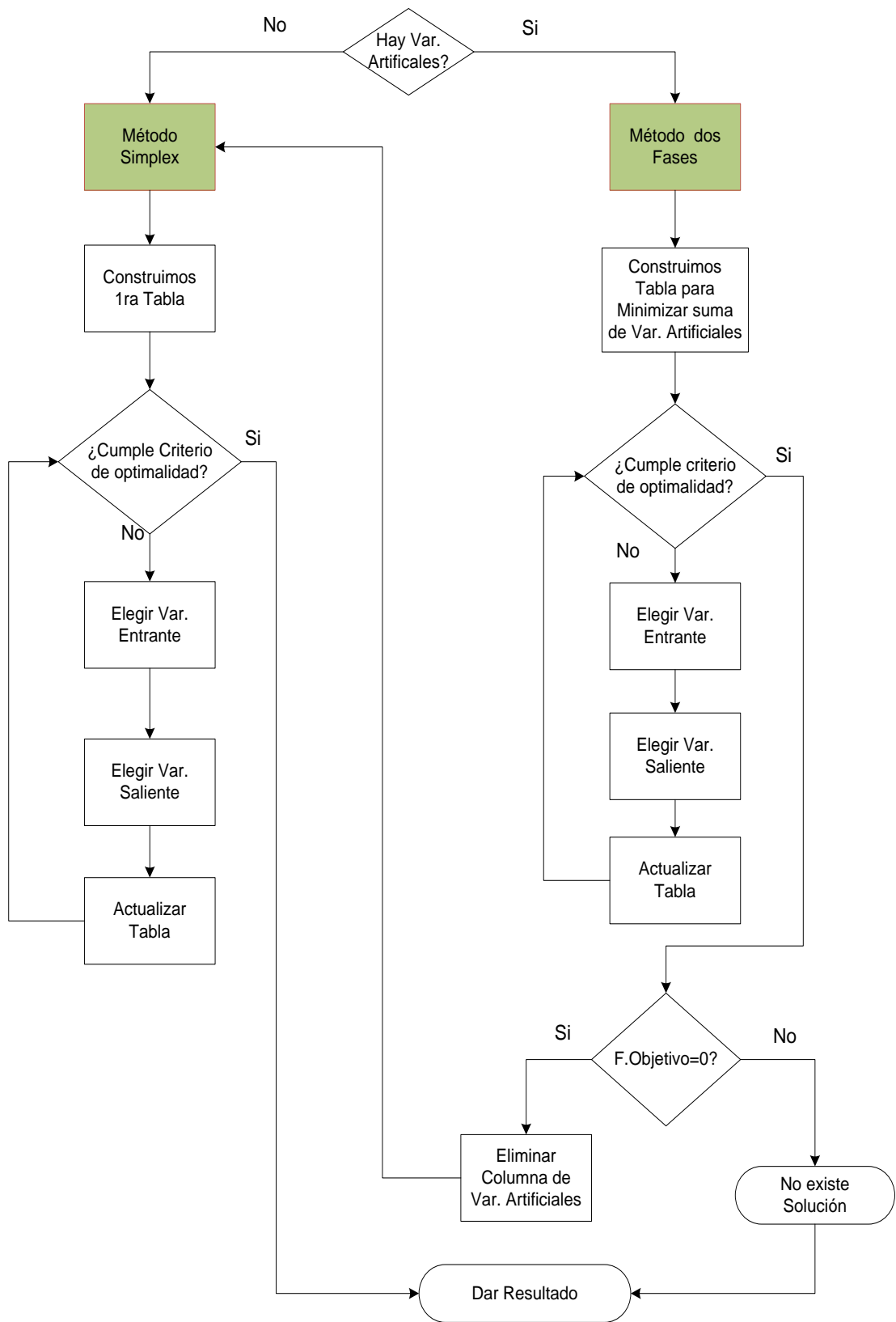
Sobre el algoritmo Simplex consúltese: WINSTON [14] pp. 145.

c) El Método de Dos Fases y el método M.

También conocido como el método Simplex de Dos Fases. Cuando no es posible obtener en el problema inicial una base factible se agrega variables artificiales y se usa el método de Dos Fases o el método M para buscar la solución óptima.

Para mayor información sobre el método M, consúltese: WINSTON [14] pp.176 y para el método Simplex de Dos Fases: WINSTON [14] pp. 181.

Gráfico I.16
Algoritmo: Métodos Simplex y de Dos Fases



1.4.3.5. Programación Lineal Entera

WINSTON [14] p. 465, conceptualiza de la siguiente manera:

“Un problema de Programación Entera es un PL en el cual algunas de las variables, o todas, tienen que ser números enteros no negativos”.

Problema Relajado.

WINSTON [14] p. 466, conceptualiza de la siguiente manera:

“El problema que se obtiene al omitir todas las restricciones enteras o 0-1 para las variables, se llama la relajación programación lineal de programación entera”.

Parece sensato calcular la solución de un problema de programación entera redondeando la solución de la relajación del problema de programación lineal, pero el redondeo no es aconsejable debido a:

- i) La solución redondeada no es necesariamente óptima. En muchos casos, ni siquiera estará cerca del óptimo.
- ii) La solución redondeada puede no ser factible.

No siempre es admisible que las variables de un Problema de Programación Lineal tomen valores continuos, para dar solución a este tipo de problemas se han creado métodos.

De acuerdo a sus características específicas los problemas de Programación Lineal Entera pueden ser:

1. Programación Lineal Entera Mixta

Un Problema es de Programación Lineal Entera Mixta cuando solamente algunas de las variables toman valores enteros, los algoritmos mediante los cuales se busca la solución de estos problemas son:

- i. Enumerativos
 - Branch and Bound
 - Balas, entre otros.
- ii. De descomposición dual
 - Benders, Otros

2. Programación Lineal Entera Binaria (si-no)

Un problema es de Programación Lineal Entera Binaria cuando las variables toman valores cero o uno.

3. Programación Lineal Entera Pura

Un Problema es de Programación Lineal Entera Pura cuando todas las variables toman únicamente valores enteros.

1.4.3.6. Algoritmos de solución de Problemas de Programación Lineal Entera

1. Enumerativos

Estos algoritmos obtienen la solución en base a enumerar, implícita o explícitamente, todas las soluciones posibles, escogiendo la mejor de todas ellas.

ENUMERACIÓN EXPLÍCITA:

Calcular todas las posibles soluciones y escoger la mejor de ellas, este método tiene graves inconvenientes debido a la gran cantidad de tiempo que requiere enumerar, y hacer cálculos de todas las posibles soluciones factibles e infactibles.

ENUMERACIÓN IMPLÍCITA:

Aplicar un conjunto de reglas para evitar enumerar soluciones infactibles o peores que la mejor solución factible que se haya localizado hasta el momento.

- Branch and Bound
- Balas, entre otros

La familia de algoritmos enumerativos más importante es la de los algoritmos Branch and Bound, prácticamente todos los softwares de Programación Entera están basados en un algoritmo del tipo Branch and Bound.

2. De planos cortantes

- Gomory, entre otros.

a) Algoritmo Branch and Bound

Tienen su origen en Land y Doig (1960).

El primer paso para la resolución de un modelo de Programación Lineal Entera es resolver, mediante el método Simplex, el Problema Lineal Asociado, si la solución así obtenida es entera, habremos encontrado la solución del modelo de Programación Lineal Entera. En caso contrario, la solución obtenida es una primera aproximación a la solución del modelo.

El algoritmo Branch and Bound, muestra un procedimiento que permite, a partir del problema lineal asociado, ir explorando las soluciones enteras hasta encontrar el óptimo del modelo de Programación Lineal Entera.

Se trata de ir añadiendo restricciones al programa lineal asociado hasta encontrar la solución entera óptima. Para ello se procede en dos pasos: ramificación (Branch) y acotamiento (Bound).

A continuación, se presenta el algoritmo Branch and Bound descompuesto en pasos:

Paso 0: Resolver el problema lineal asociado (PLA) al problema entero: misma función objetivo y restricciones, pero variables no enteras.

Paso 1: Si la solución obtenida es entera: finalizar. La solución óptima será aquella solución entera con mejor valor de la función objetivo.

Si no, ir al paso 2.

Paso 2: Escoger una variable básica cuyo valor en la solución x_j no sea entero.

Paso 3: Ramificación: resolver dos nuevos problemas lineales.

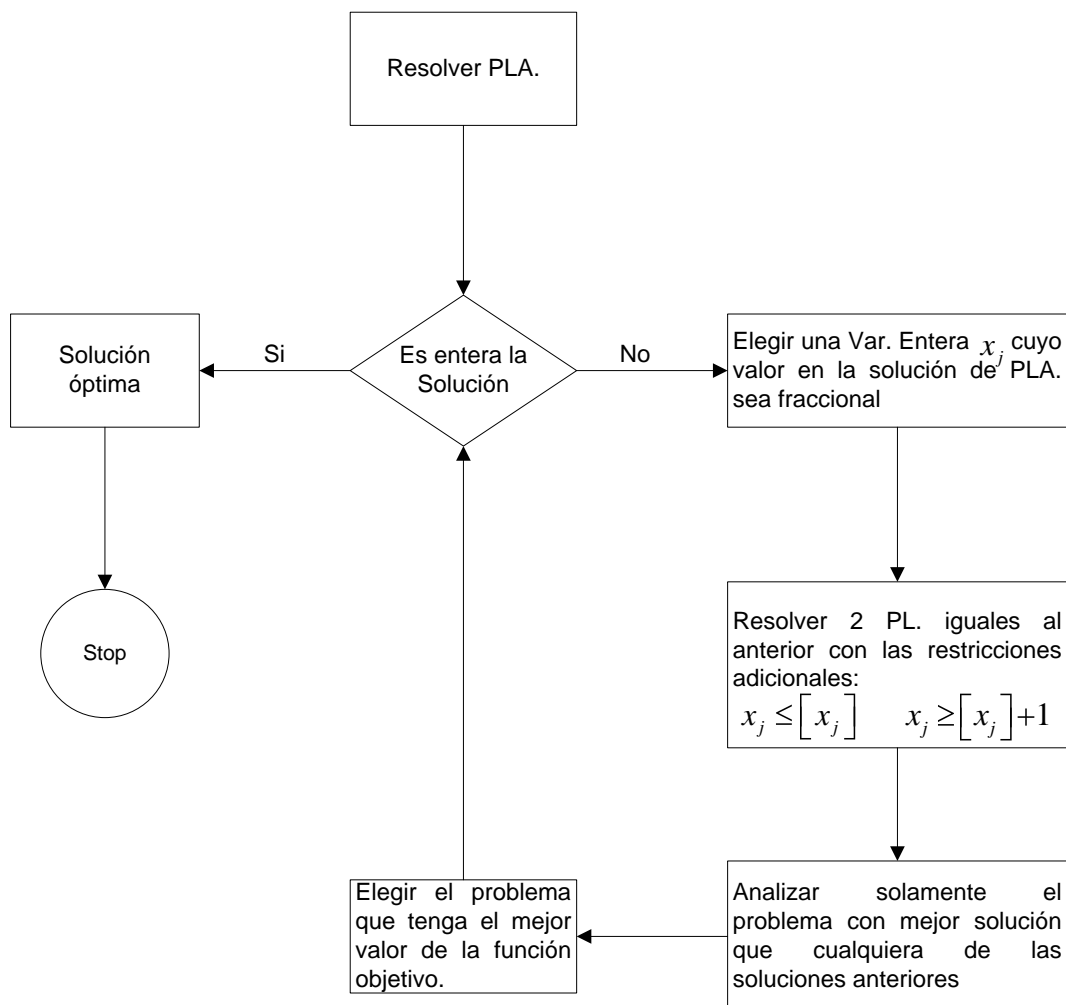
Al primero se le añade la restricción: $x_j \leq \lfloor x_j \rfloor$ máximo entero

Al segundo añadiremos la restricción: $x_j = \lfloor x_j \rfloor + 1$ donde $\lfloor x_j \rfloor$ significa el mayor entero contenido en x_j .

Paso 4: Acotación: de los dos problemas, escoger aquel que dé como resultado un valor mejor de la función objetivo.

Paso 5: Ir a paso 1.

Gráfico I.17
Pasos del algoritmo Branch and Bound



PLA.: Programación Lineal Asociado, PL. : Programación Lineal

1.4.3.7. Ejemplo

La empresa textil productora de tejidos, posee 30 máquinas clasificadas como tipo 1, con en cual puede producir 2 tipos de artículos A_1 y A_2 para satisfacer la demanda prevista de sus clientes fijos. Además necesita de una producción adicional como inventario de seguridad para demandas imprevistas.

El rendimiento de una máquina trabajando el artículo A_1 es de 137.50 rollos mensuales y trabajando el artículo A_2 es de 210 rollos mensuales.

La demanda anticipada es de 1,900 y 2,100 rollos mensuales para los artículos A_1 y A_2 respectivamente.

La demanda adicional proyectada para cada tipo de artículo A_1 y A_2 es de 600 y 500 rollos mensuales respectivamente. Las contribuciones de cada tipo de artículo A_1 y A_2 son de 90 y 76 nuevos soles por rollo respectivamente. Desarrolle un plan de producción que maximice las contribuciones y que realice la asignación óptima de máquinas a las órdenes de producción para cumplir con los requerimientos.

En la tabla (I.7) se resumen los coeficientes de transformación es decir la cantidad de máquinas disponibles, la capacidad de producción y la contribución de cada artículo.

Tabla I.7
Matriz de datos del ejemplo

Hacia		Artículos		Unid.
Desde		A_1	A_2	
Contribuciones		$c_1=90$	$c_2=76$	
Máquina	T01	$r_1=137.50$	$r_2=210$	N1=30
	T02			N2=0
	T03			N3=0
Demanda (rollos)	Mínima	$f_1=1,900$	$f_2=2,100$	N=30
	Máxima	$g_1=2,500$	$g_2=2,600$	

Donde:

c_1, c_2 : Contribuciones de cada tipo de artículo

r_1, r_2 : Rendimientos de cada tipo de máquinas para cada tipo de artículos

f_1, f_2 : Volúmenes mínimos de producción para cada tipo de artículo

g_1, g_2 : Volúmenes máximos de producción para cada tipo de artículo, definidos cada uno como el volumen mínimo más el volumen de demanda proyectada.

1. Formulación del modelo de Programa Lineal Entera

1.1. Definición de Variables

x_1 = Número de máquinas asignadas a producir el artículo A_1

x_2 = Número de máquinas asignadas a producir el artículo A_2

Dado que x_1 y x_2 pueden tomar distintos valores reciben el nombre de “variables”.

1.2. Planteamiento de Restricciones

Analizando ahora los volúmenes de producción para el artículo tipo A_1 , de la tabla (II.4) se tiene:

v_1 = Número de unidades a producir del artículo tipo A_1

Si 1 unidad de la máquina produce 137.50 rollos del artículo A_1 , en x_1 unidades de máquina tipo T01 se producirán.

$$v_1 = 137.50 \left[\frac{\text{Piezas de } A_1}{1 \text{ Unidad de máquina}} \right] x_1 \quad (\text{Unidades de } A_1)$$

Para el artículo tipo A_2 :

v_2 = Número de unidades a producir del artículo tipo A_2

$$v_2 = 210 \left[\frac{\text{Piezas de } A_2}{1 \text{ Unidad de máquina}} \right] x_2 \quad (\text{Unidades de } A_2)$$

Entonces eliminando las unidades de medida, se expresan en forma matemática de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} v_1 &= 150.50x_1 && \text{(Unidades de } A_1) \\ v_2 &= 210x_2 && \text{(Unidades de } A_2) \end{aligned}$$

Dado que la restricción indica que el número mínimo de unidades a producción para el artículo A_1 es de 1,900 y para el artículo A_2 es de 2,100 rollos mensuales, es evidente que las expresiones anteriores deberán ser mayores o iguales a 1,900 y 2,100 respectivamente.

$$\begin{aligned} v_1 &\geq 1,900 \text{ reemplazando } v_1 \text{ tenemos: } 137.50x_1 \geq 1,900 \\ v_2 &\geq 2,100 \text{ reemplazando } v_2 \text{ tenemos: } 210x_2 \geq 2,100 \end{aligned}$$

Aplicando el mismo análisis para los volúmenes máximos, se tendrán las siguientes inecuaciones:

$$\begin{aligned} v_1 &\leq 2,500 \text{ reemplazando } v_1 \text{ tenemos: } 137.50x_1 \leq 2,500 \\ v_2 &\leq 2,600 \text{ reemplazando } v_2 \text{ tenemos: } 210x_2 \leq 2,600 \end{aligned}$$

1.3. Planteamiento de la Función Objetivo

Ahora bien, si el artículo tipo A_1 genera una contribución de 90 soles por unidades producidas, si la unidades producidas es v_1 entonces el beneficio que se obtendrá será de $90v_1$ y para el artículo tipo A_2 será $76v_2$, por lo tanto la contribución total puede expresarse entonces como la suma de las contribuciones que dejan cada tipo de artículo.

$z = 90v_1 + 76v_2$, reemplazando v_1 y v_2 , tenemos lo siguiente:

$z = 90(137.50x_1) + 76(210x_2)$, realizando las operaciones correspondientes tenemos que:

$$z = 12,375x_1 + 15,960x_2$$

Pero, lo que se requiere es que este beneficio no sólo sea grande, sino que sea el mayor de todos; en una palabra, que sea el máximo, entonces se plantea el correspondiente programa Lineal Entero:

2. El Programa Lineal Entero

$$\text{Maximizar } z = 12,375x_1 + 15,960x_2$$

Sujeto a:

$$137.50x_1 \geq 1,900$$

$$137.50x_1 \leq 2,500$$

$$210x_2 \geq 2,100$$

$$210x_2 \leq 2,600$$

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \text{ entera}$$

3. Solución del Problema de Programación Lineal Entera

3.1. Estandarización del Problema de Programación Lineal

Estandarizando el modelo de Programación Lineal, introduciendo variables de exceso, holgura y artificiales tenemos:

$$\text{Maximizar } z = 12,375x_1 + 15,960x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 + 0x_9$$

Sujeto a:

$$137.50x_1 - 1x_3 + 1x_8 = 1,900$$

$$137.50x_1 + 1x_4 = 2,500$$

$$210x_2 - 1x_5 + x_9 = 2,100$$

$$210x_2 + 1x_6 = 2,600$$

$$x_1 + x_2 + 1x_7 = 30$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$$

3.2. ¿Se han utilizado variables artificiales en la estandarización?

Si, se ha utilizado variables artificiales y estas variables son: x_7, x_8, x_9 entonces tenemos un Problema de Programación Lineal al que aplicaremos el método de las dos fases.

3.3. Aplicación del Método de Dos Fases

Construimos la tabla para minimizar la suma de las variables artificiales, entonces tenemos lo siguiente:

$$\text{Minimizar } z = 1x_7 + 1x_8 + 1x_9 \longrightarrow \text{Maximizar } -z = -1x_7 - 1x_8 - 1x_9$$

Sujeto a:

$$137.50x_1 - 1x_3 + 1x_8 = 1,900$$

$$137.50x_1 + 1x_4 = 2,500$$

$$210x_2 - 1x_5 + x_9 = 2,100$$

$$210x_2 + 1x_6 = 2,600$$

$$x_1 + x_2 + 1x_7 = 30$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0$$

Construyendo el tablero simplex 1 de la fase I:

Tabla I.8
Tablero Simplex 1

c_j		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	L.D. Sol.	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i	
-1	x_8	137.5	0	-1	0	0	0	0	1	0	1900	-
0	x_4	137.5	0	0	1	0	0	0	0	0	2500	-
-1	x_9	0	210	0	0	-1	0	0	0	1	2100	10
0	x_6	0	210	0	0	0	1	0	0	0	2600	12.381
-1	x_7	1	1	0	0	0	0	1	0	0	30	30
z_j		-138.5	-211	1	0	1	0	-1	-1	-1	-4030	
$c_j - z_j$		138.5	211	-1	0	-1	0	0	0	0		

Tabla I.9
Fila 1 del tablero simplex 2

Fila anterior	1900	137.5	0	-1	0	0	0	0	1	0
Restar	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Semipivote	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Multiplicar	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Fila pivote actualizado	10	0	1	0	0	-0.0048	0	0	0	0.0048
Igual	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
Nueva Fila	1900	137.5	0	-1	0	0	0	0	1	0

Tabla I. 10
Tablero Simplex 2

c_j		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	L.D Sol.	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i	
-1	x_8	137.5	0	-1	0	0	0	0	1	0	1900	13.8182
0	x_4	137.5	0	0	1	0	0	0	0	0	2500	18.1818
0	x_2	0	1	0	0	-0.0048	0	0	0	0.0048	10	-
0	x_6	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	500	-
-1	x_7	1	0	0	0	0.0048	0	1	0	-0.0048	20	20
z_j		-138.5	0	1	0	-0.0048	0	-1	-1	0.0048	-1920	
$c_j - z_j$		138.5	0	-1	0	0.0048	0	0	0	-1.0048		

Tabla I.11
Tablero Simplex 3

c_j		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	L.D Sol.	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	b_i	
0	x_1	1	0	-0.0073	0	0	0	0	0.0073	0	13.8182	-
0	x_4	0	0	1	1		0	0	-1	0	600	600
0	x_2	0	1	0	0	-0.0048	0	0	0	0.0048	10	-
0	x_6	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	500	-
-1	x_7	0	0	0.0073	0	0.0048	0	1	-0.0073	-0.0048	6.1818	850
z_j		0	0	-0.0073	0	-0.0048	0	-1	0.0073	0.0048	-6.1818	
$c_j - z_j$		0	0	0.0073	0	0.0048	0	0	-1.0073	-1.0048		

Tabla I.12
Tablero Simplex 4

c_j		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	L.D Sol. b_i	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9		
0	x_1	1	0	0	0.073	0	0	0	0	0	18.1818	-
0	x_3	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	600	-
0	x_2	0	1	0	0	-0.0048	0	0	0	0.0048	10	-
0	x_6	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	500	500
-1	x_7	0	0	0	-0.0073	0.0048	0	1	0	-0.0048	1.8182	381.8182
z_j		0	0	0	0.0073	-0.0048	0	-1	0	0.0048	-1.8182	
$c_j - z_j$		0	0	0	-0.0073	0.0048	0	0	-1	-1.0048		

Tabla I.13
Tablero Simplex 5

c_j		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	L.D Sol. b_i	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9		
0	x_1	1	0	0	0.0073	0	0	0	0	0	18.1818	-
0	x_3	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	600	-
0	x_2	0	1	0	-0.0073	0	0	1	0	0	11.8182	-
0	x_6	0	0	0	1.5273	0	1	-210	0	0	118.1818	-
0	x_5	0	0	0	-1.5273	1	0	210	0	-1	381.8182	-
z_j		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$c_j - z_j$		0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1		

3.4. ¿Son todos los $c_j - z_j \leq 0$?

Si, por lo tanto cumple con el criterio de optimalidad, es decir detenemos el proceso de iteración de la primera fase.

3.5. ¿La Función objetivo es cero?

Si, la función objetivo $z=0$, por lo tanto existe alguna solución posible para el problema, por lo que podemos pasar a la fase II para calcularla.

3.6. Construimos el nuevo tablero simplex

Tabla I.14
Tabla Simplex 6

c_j		12,375	15,960	0	0	0	0	L.D Sol. b_i	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
12,375	x_1	1	0	0	0.0073	0	0	18.1818	2500
0	x_3	0	0	1	1	0	0	600	600
15,960	x_2	0	1	0	-0.0073	0	0	11.8182	-
0	x_6	0	0	0	1.5273	0	1	118.1818	77.3810
0	x_5	0	0	0	-1.5273	1	0	381.8182	-
z_j		12,375	15,960	0	-26.0727	0	0	413,618.1818	
$c_j - z_j$		0	0	0	26.0727	0	0		

Tabla I.15
Tablero Simplex 7

c_j		12,375	15,960	0	0	0	0	L.D Sol. b_i	θ_i
c_B	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
12,375	x_1	1	0	0	0	0	-0.0048	17.6190	
0	x_3	0	0	1	0	0	-0.6548	522.6190	
15,960	x_2	0	1	0	0	0	0.0048	12.3810	
0	x_4	0	0	0	1	0	0.6548	77.3810	
0	x_5	0	0	0	0	1	1	500	
z_j		12,375	15,960	0	0	0	17.0714	415,635.7143	
$c_j - z_j$		0	0	0	0	0	-17.0714		

3.7. ¿Son todos los $c_j - z_j \leq 0$?

Como $c_j - z_j \leq 0$ cumple con el criterio de optimalidad, encontramos la solución óptima.

3.8. Resultado preliminar

$$x_1 = 17.6190$$

$$x_2 = 12.3810$$

$$z = 415,635.7143$$

Esto nos indica que la manera óptima de asignar las máquinas a las órdenes de producción es:

17.6190 máquinas deben ser asignadas a trabajar el artículo tipo A_1 y

12.3810 máquinas deben ser asignadas a trabajar el artículo tipo A_2 .

El volumen de artículos a obtener es:

2,422.6125 rollos del tipo A_1 y

2,600 rollos del tipo A_2 .

Con ello la contribución total máxima que se puede obtener es de:

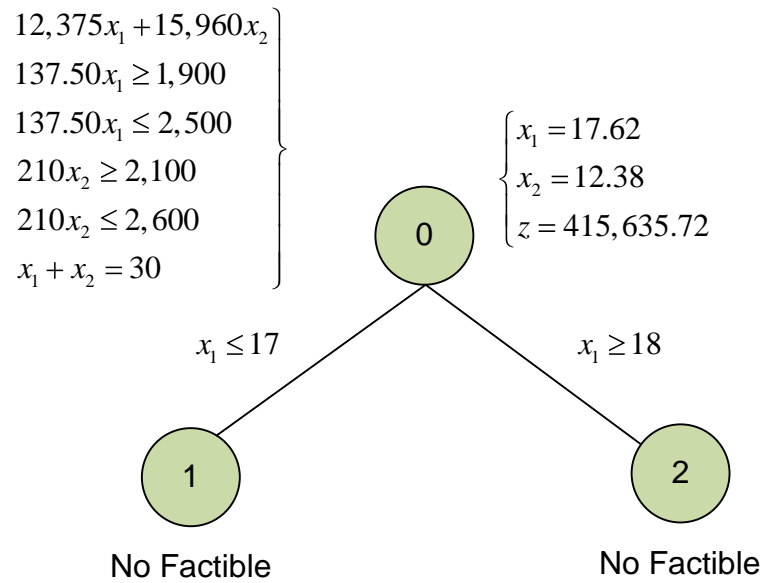
415,635.7143 nuevos soles.

Pero como la solución no es entera, entonces aplicamos el algoritmo Branch and Bound.

3.9. Algoritmo “Branch and Bound”

Convenientemente, primero tomamos la variable x_1 cuya representación con el algoritmo Branch and Bound se muestra en el Gráfico (I.18).

Gráfico I.18
Algoritmo Branch and Bound nodos 1A y 2A



Nodo 1A ($x_1 \leq 17$): tenemos el nuevo Programa Lineal

Maximizar $z = 12,375x_1 + 15,960x_2$

Sujeto a:

$$137.50x_1 \geq 1,900$$

$$137.50x_1 \leq 2,500$$

$$x_1 \leq 17$$

$$210x_2 \geq 2,100$$

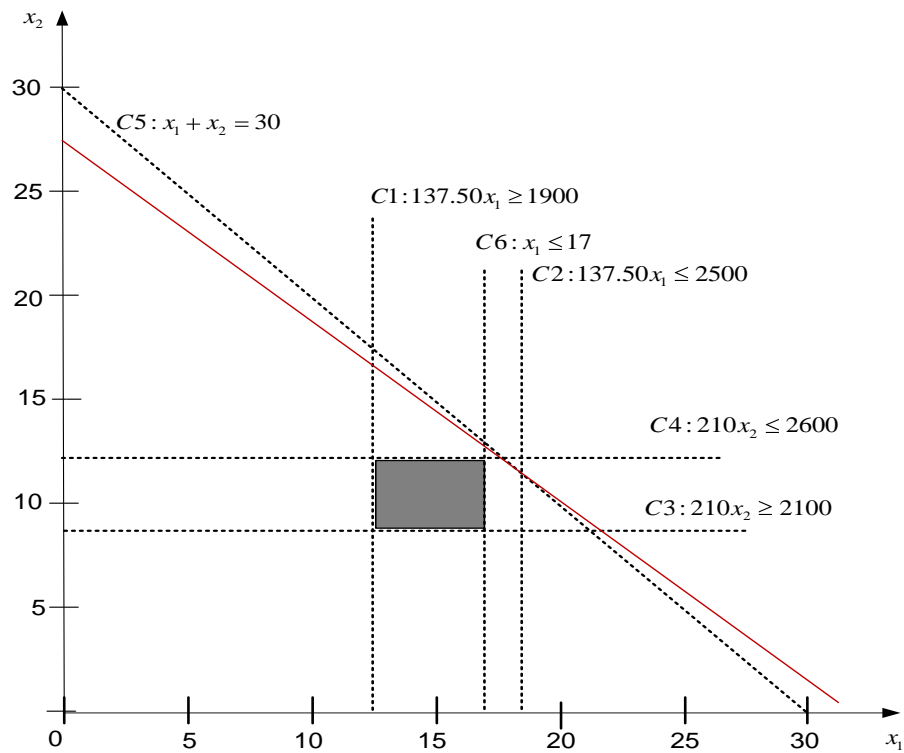
$$210x_2 \leq 2,600$$

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

La solución al nodo 1A aplicando el método gráfico, se puede apreciar en el Gráfico (I.19).

Gráfico I.19
Solución gráfica del PPL del nodo 1A



PPL.: Problema de Programación Lineal

No es factible la solución en el nodo 1A.

Nodo 2A ($x_1 \geq 18$): tenemos el nuevo Programa Lineal.

Maximizar $z = 12,375x_1 + 15,960x_2$

Sujeto a:

$$137.50x_1 \geq 1,900$$

$$137.50x_1 \leq 2,500$$

$$x_1 \geq 18$$

$$210x_2 \geq 2,100$$

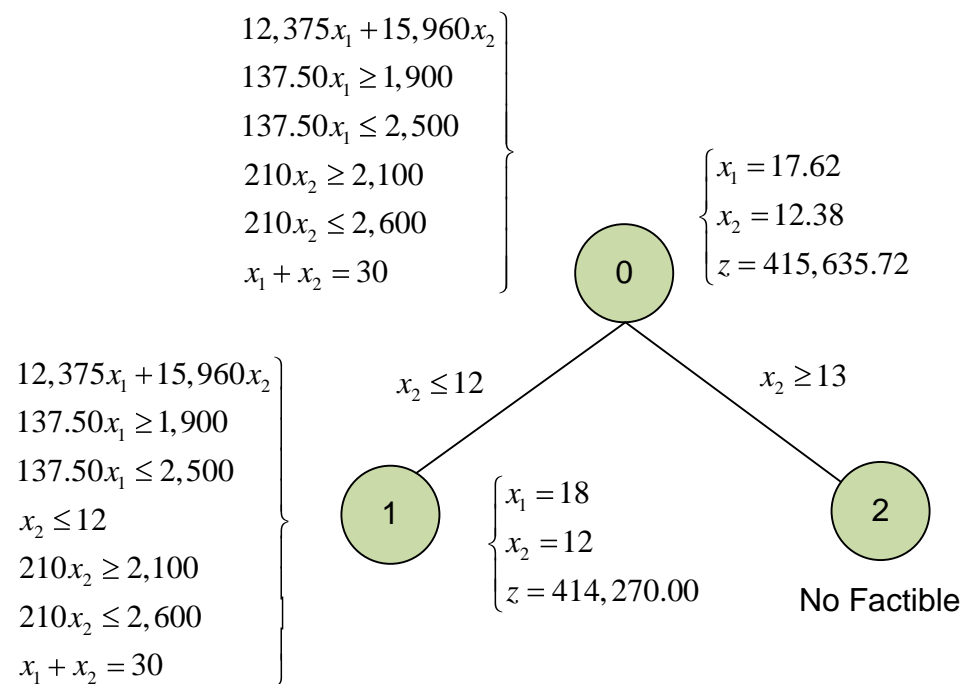
$$210x_2 \leq 2,600$$

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Tampoco es factible la solución en el nodo 2A. Como en ninguno de los nodos hemos encontrado solución alguna entonces repetimos los pasos anteriores pero esta vez con la variable x_2 , cuya representación con el algoritmo Branch and Bound se muestra en el Gráfico (I.20).

Gráfico I.20
Algoritmo Branch and Bound nodos 1B y 2B



Nodo 1B ($x_2 \leq 12$): tenemos el nuevo Programa Lineal.

Maximizar $z = 12,375x_1 + 15,960x_2$

Sujeto a:

$$137.50x_1 \geq 1,900$$

$$137.50x_1 \leq 2,500$$

$$210x_2 \geq 2,100$$

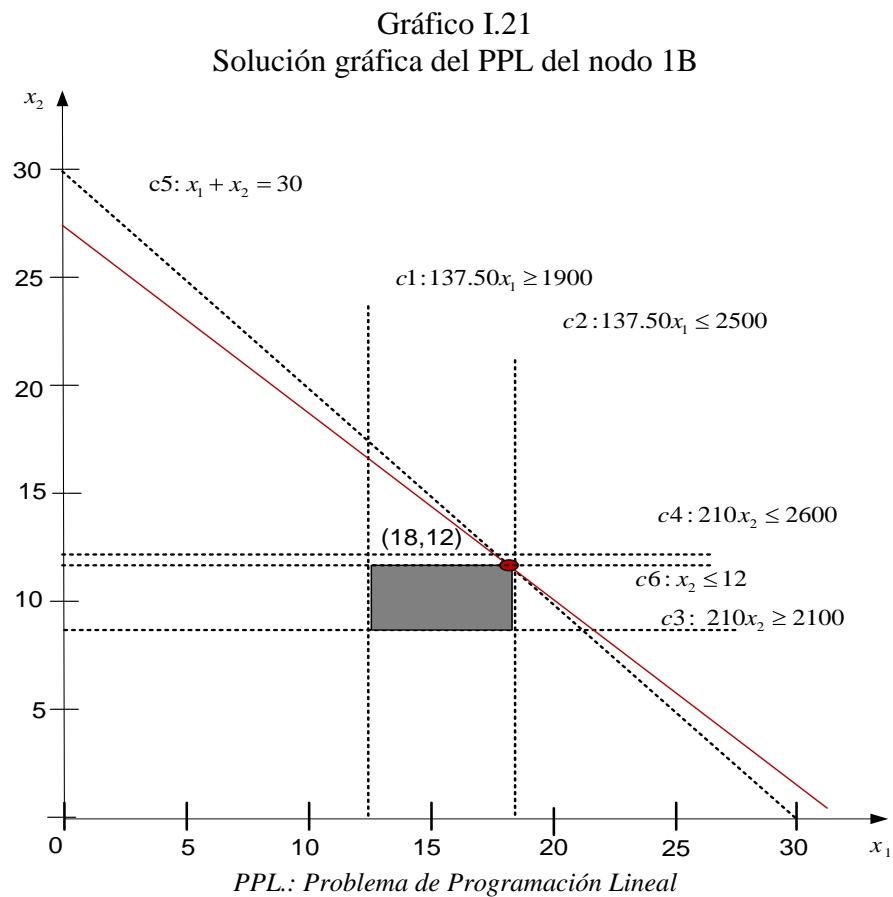
$$210x_2 \leq 2,600$$

$$x_2 \leq 12$$

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

La solución al nodo 1B aplicando el método gráfico, se puede apreciar en el Gráfico (I.21).



En el nodo 1B se obtiene una solución entera, siendo estos valores que toman las variables:

$$x_1 = 18$$

$$x_2 = 12$$

$$z = 414,270$$

Nodo 2B ($x_2 \geq 13$): tenemos el nuevo Programa Lineal.

Maximizar $z = 12,375x_1 + 15,960x_2$

Sujeto a:

$$137.50x_1 \geq 1,900$$

$$137.50x_1 \leq 2,500$$

$$210x_2 \geq 2,100$$

$$x_2 \geq 13$$

$$210x_2 \leq 2,600$$

$$x_1 + x_2 = 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

No es factible la solución en el nodo 2B, por lo tanto la solución al Problema de Programación Lineal está en el nodo 1B.

4. Resultado final

En este caso la solución está representada en el nodo 1B, bastó un nivel de nodos para encontrar la solución entera que maximice la función objetivo, se busca una solución entera por que la variable de decisión es el número de máquinas que se va a asignar a las órdenes de producción, no se puede asignar 17.62 máquinas mucho menos 12.38, por eso la importancia de aplicar el método de Branch and Bound para encontrar la solución a este tipo de Problemas de Programación Lineal.

Luego de la aplicación de la metodología se ha determinado la siguiente solución:

18 máquinas deben asignarse a las órdenes de producción del artículo A_1 .

12 máquinas deben asignarse a las órdenes de producción del artículo A_2 .

Con estos valores ahora calculamos el total de unidades a obtener de cada tipo de artículo y la contribución total.

1. Volumen por tipo de artículo

$$18 \times 137.50 = 2,475 \text{ Rollos del artículo } A_1$$

$$12 \times 210.00 = 2,520 \text{ Rollos del artículo } A_2$$

2. Contribuciones por tipo de artículo y contribución total

$$2,475 \times 90 = 222,750 \text{ Nuevos Soles}$$

$$2,520 \times 76 = 191,520 \text{ Nuevos Soles}$$

$$414,270 \text{ Nuevos Soles}$$

Siendo este valor la contribución total máxima a obtener, no habrá otra forma de asignación que genere un valor mayor a este monto.

En la tabla (I.16) se muestran los posibles valores que toman x_1 y x_2 . Los volúmenes que producen y las contribuciones por artículo y el total, se realizan bajo los mismos criterios del cálculo anterior.

Tabla I.16
Otros posibles valores de x_j

Val. de x_j		Volumen		Contribuciones		Total
x_1	x_2	A_1	A_2	A_1	A_2	
14	16	1,925.000	3,360.000	173,250.00	255,360.00	428,610.00
15	15	2,062.500	3,150.000	185,625.00	239,400.00	425,025.00
16	14	2,200.00	2,940.000	198,000.00	223,440.00	421,440.00
17	13	2,337.50	2,730.000	210,375.00	207,480.00	417,855.00
18	12	2,475.00	2,520.000	222,750.00	191,520.00	414,270.00
19	11	2,612.50	2,310.000	235,125.00	175,560.00	410,685.00
20	10	2,750.00	2,100.000	247,500.00	159,600.00	407,100.00

Podemos observar que hay combinaciones de asignaciones que generan contribuciones mayores, pero, al analizar los volúmenes obtenidos se aprecia que desbordan los volúmenes mínimos o máximos requeridos, de esta manera se estarían violando algunas de las restricciones del modelo de Programación Lineal.

1.5. Metodología

1.5.1. Diseño de investigación

Tipo de diseño investigación

El tipo de investigación que se utilizó corresponde al no experimental, transeccional(o transversal) descriptivo.

1. Diseño no experimental

Puesto que no se hizo ninguna manipulación de manera intencional a una o más variables independientes (causas) para analizar las consecuencias de tal manipulación sobre una o más variables dependientes (efectos).

1.1.Diseño transeccional o transversal

Puesto que la información y los datos que sirvieron para el estudio de investigación fue recolectado en un momento determinado del tiempo, el año 2008.

1.1.1. Diseño transeccional descriptivo

Puesto que se han necesitado analizar y conocer las características, rasgos, propiedades y cualidades del sistema en estudio en un momento determinado del tiempo.

2. El desarrollo del modelo es analítico

Para formular el modelo, se utilizó la Programación Lineal y la Programación Lineal Entera; para darle solución el software utilizó el método de simplex, el método de dos fases y el algoritmo Branch and Bound (Ramificación y acotamiento).

1.5.2. Método de investigación

Se empleó el método científico como método general y como específico al analógico, puesto que se necesitó conocer la relación esencial de los hechos del sistema en investigación.

1.5.3. Población y Muestra

a) Población

La población la conformó las cien máquinas con las que cuenta el sistema en estudio, a los cuales se les debe realizar la asignación óptima a órdenes de producción en un periodo determinado y así obtener la contribución total máxima.

b) Muestra

La muestra estuvo conformada por tres máquinas, una de cada tipo, puesto que las cien máquinas están agrupadas en tres tipos y cualquiera de las máquinas de un mismo tipo tiene la misma característica y propiedades.

En el caso de los rendimientos de cada máquina para cada tipo de artículos, que constan en los informes de producción diaria y mensual, se registró convenientemente la información de los últimos seis meses, puesto que indica como se manifiesta los rendimientos de las máquinas en su estado actual, esto influye en los costos de los artículos por ende en las contribuciones de cada uno.

Tipo de muestreo

Se adoptó el tipo de muestreo no probabilístico por que se conoce objetivamente las características y propiedades de la población, en este caso las cien máquinas.

1.5.4. Técnica de investigación

1. Para la recolección de información

Se utilizó formatos diseñadas por el investigador, las fuentes son archivos de reportes diarios y mensuales y otros más.

1.1. Utilización de información disponible

Principalmente se utilizó esta técnica de recolección de información, puesto que hay una gran cantidad de información recolectados por la empresa, que no

necesariamente han sido analizados o publicados. Localizar las fuentes y recuperar la información fue el punto de partida.

Para registrar la información se adecuó formatos dependiendo del tipo de información que se tuvo, entre ellos se tiene:

1. Formato para clasificación de artículos
2. Formato para la clasificación de pedidos o volúmenes de demanda.
3. Formato para el registro de las contribuciones unitarias de cada uno de los artículos que se produce.

Estos tipos de información por lo general se obtuvieron de fuentes secundarias, como: Expediente sobre tipo y número de máquinas, número de artículos y características, sobre rendimientos de cada máquina, y otros más.

2. Para la recolección de Datos

2.1. La observación:

Principalmente se utilizó el método de la observación, los instrumentos de recolección de datos han sido formatos desarrollados por el interesado, para la representación del sistema, clasificación de las máquinas y recolección de muestras de rendimientos, entre otros.

Para registrar los se adecuó formatos dependiendo del tipo de información que se tuvo, entre ellos se tiene:

1. Formato para el número de máquinas por tipo
2. Formatos para el registro de muestras de los rendimientos de las máquinas.

CAPÍTULO II

RECOLECCIÓN, PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS

2.1. Recolección de Información

La información que fueron proporcionadas por la empresa y que fueron necesarias para la formulación del modelo son las siguientes:

i) Número de artículos

Datos proporcionados por la empresa en estudio, puesto que ya lo tienen contabilizado y clasificados, se utiliza una clasificación adecuada de fácil manejo, dicha clasificación se muestra en la tabla (II.1).

Tabla II.1
Clasificación de artículos
Planta de tejeduría.

Denominación del artículo	Hilo		Tipo
	Tít.	Tipo	
Jersey	20/1	Crudo	A_1
Jersey	30/1	Crudo	A_2
Franela 2 hilos	24/1,12/1	Crudo	A_3
Pike Simple	24/1	Crudo	A_4
Pike Doble	30/1	Crudo	A_5
Riba 1X1	30/1	Crudo	A_6
Riba 1X1	24/1	Crudo	A_7
Interlock	40/1	Crudo	A_8
Interlock	50/1	Crudo	A_9

Fuente: Empresa en estudio

ii) Contribución de cada artículo

Datos proporcionados por la empresa, puesto que ya cuentan con estudio de costos detallado, Aquí se registra la contribución (soles) que se obtiene por una pieza de artículo comercializado, cada tipo de artículo genera márgenes de contribución diferentes. Los costos de producción son diferentes, dependiendo del tipo de recursos que se utiliza para su producción, como materia prima, insumos, entre otros. Tabla (II.2).

Tabla II.2
Contribución por tipo de artículo
Planta de tejeduría

Artículos	Kg./Pieza	Contribución (s/.) por:	
		Kg.	Rollos
A_1	20	4.50	90
A_2	20	3.80	76
A_3	20	3.40	68
A_4	20	3.20	64
A_5	20	4.10	82
A_6	20	4.20	84
A_7	20	3.60	72
A_8	20	4.30	86
A_9	20	3.90	78

Fuente: Empresa en estudio

c_j : Contribución marginal del artículo j

Unidades : Soles/ Pieza

$j = 1; 2; \dots; 9$

iii) Volúmenes de demanda de artículos

Los requerimientos de los clientes fijos y eventuales son para el periodo agosto 2008, las cuales fueron proporcionadas, por la empresa en estudio, puesto que fueron realizados con dos semanas de anticipación, a través de Fax, correo electrónico, vía

telefónico o en forma directa y es en base a estos pedidos que se efectúa la proyección de las demandas adicionales posibles.

d_j : Rollos solicitadas por los clientes fijos o habituales para el periodo agosto 2008, del Artículo (j).

Unidades : Rollos/mes

Donde : $j = 1; 2; \dots; 9$

Los datos de la demanda anticipada por tipo de artículo (d_j), Tabla (II.3), que son los que los clientes solicitan para el abastecimiento posterior. Esa cantidad se debe cumplir obligatoriamente, de lo contrario hay una penalidad en perjuicio de la empresa.

Tabla II.3
Demanda anticipada Ago. 2008 (rollos/mes)
Planta de tejeduría

Tipos de Artículo	Denominación	Hilo		Demanda (d_j)
		Tit.	tipo	
A_1	Jersey	20/1	Crudo	2,810
A_2	Jersey	30/1	Crudo	2,745
A_3	Franela 2 hilos	24/1,12/1	Crudo	1,520
A_4	Pike Simple	24/1	Crudo	2,639
A_5	Pike Doble	30/1	Crudo	2,169
A_6	Riba 1X1	30/1	Crudo	620
A_7	Riba 1X1	24/1	Crudo	1,030
A_8	Interlock	40/1	Crudo	545
A_9	Interlock	50/1	Crudo	635

Fuente: Empresa en estudio

iv) Volúmenes mínimos y máximos

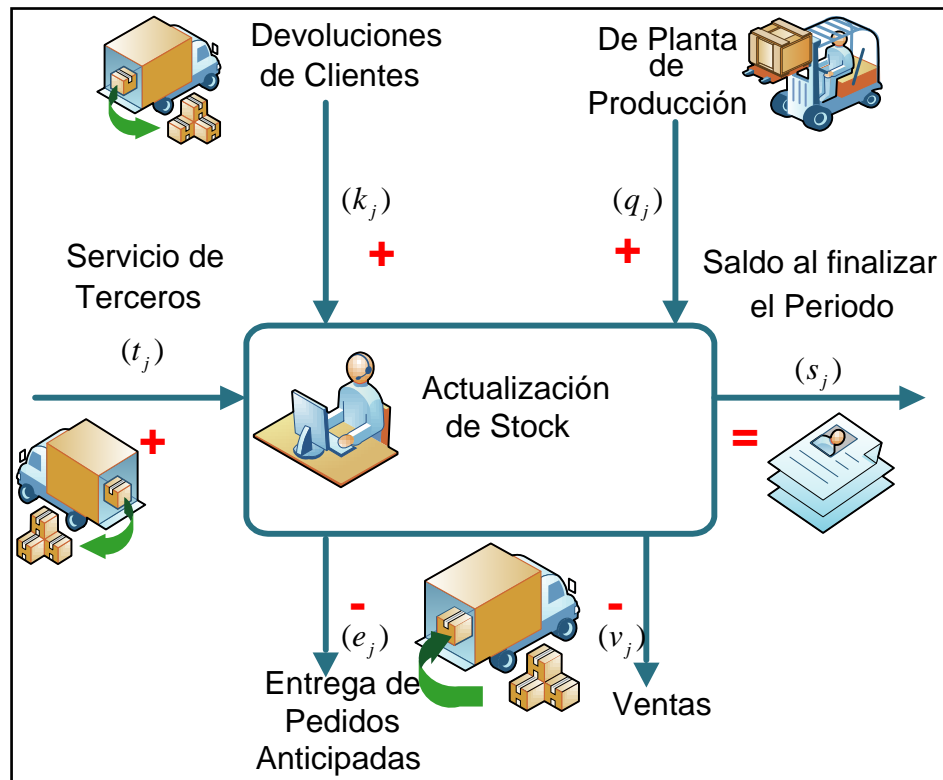
Vienen a ser los parámetros que regulan el volumen de producción en un determinado periodo.

a) Los volúmenes mínimos (f_j):

Que viene a ser el volumen que debemos producir y entregar obligatoriamente,
Para determinar estos volúmenes mínimos la empresa debe contar con datos como:

- demanda anticipada (d_j) y
- El saldo en stock al finalizar el periodo anterior (s_j): cuyo proceso de cálculo mostramos en el Gráfico (II.1).

Gráfico II.1
Cálculo del saldo al finalizar el periodo (s_j)



$$s_j = k_j + q_j + t_j - e_j - v_j, \text{ donde } j = 1; 2; \dots; 9$$

s_j : Saldo del artículo (j) al finalizar el periodo anterior.

k_j : Devolución del artículo (j) por los clientes.

q_j : Producción del artículo (j) por la planta de la empresa.

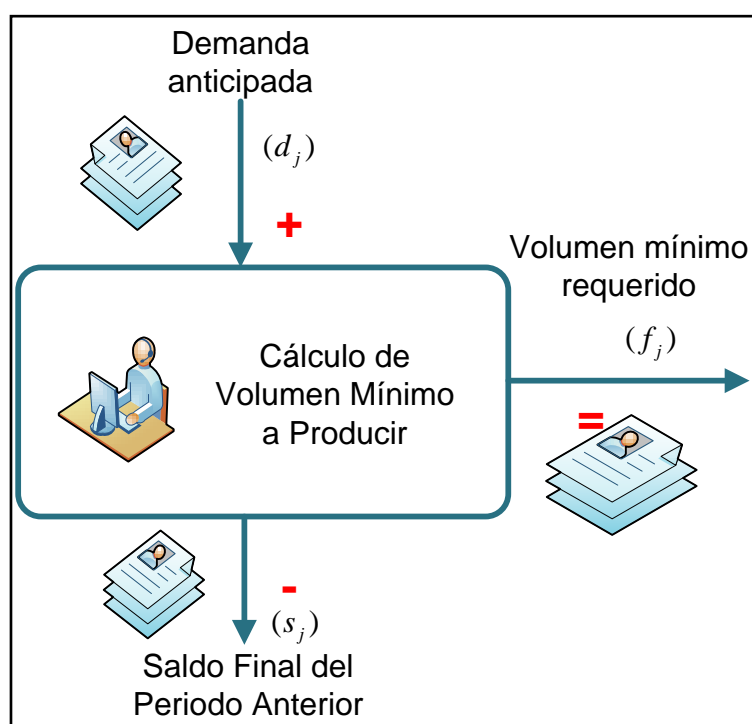
t_j : Recepción de servicio de producción del artículo (j) por parte de terceros.

e_j : Entregas realizadas del artículo (j) a cada uno de los pedidos.

v_j : Ventas realizadas del artículo (j).

Al contar con los datos anteriores, la empresa determinan los volúmenes mínimos requeridos (f_j), cuyo proceso de cálculo según nos manifiestan se muestra en el Gráfico (II.2).

Gráfico II.2
Cálculo del volumen mínimo requerido (f_j)



$$f_j = d_j - s_j \quad \text{donde } j = 1; 2; \dots; 9.$$

La demanda anticipada (d_j) y el volumen mínimo requerido (f_j), para el mes de agosto 2008 proporcionada por la empresa se muestra en la Tabla (II.4).

Tabla II.4
Vol. mínimo requerido (f_j) (Rollos/Mes)
Planta de tejeduría Ago. 2008

Tipo de Artículo	Volúmenes		
	s_j	d_j	$f_j = d_j - s_j$
A_1	0.00	2,810.00	2,810.00
A_2	0.00	2,745.00	2,745.00
A_3	0.00	1,520.00	1,520.00
A_4	0.00	2,639.00	2,639.00
A_5	0.00	2,169.00	2,169.00
A_6	0.00	620.00	620.00
A_7	0.00	1,030.00	1,030.00
A_8	0.00	545.00	545.00
A_9	0.00	635.00	635.00

Fuente: Empresa en Estudio

d_j : Demanda anticipada para el artículo (j) para el mes de agosto 2008

s_j : Saldo del artículo (j) al finalizar el periodo (anterior) julio 2008, en este caso consideraremos como ceros los saldos en almacén de productos terminados, siendo este generalmente mayor a cero en alguno de los artículos. Dado a que se realizan inventarios de medio año y estaban en plena actividad no pudieron proporcionar esa información a tiempo, entonces se creyó conveniente asumirlos como ceros.

f_j : Volumen mínimo requerido del artículo (j) para el mes de agosto 2008, en este caso $f_j = d_j$, siendo los valores de s_j iguales a cero todos, esto no cambia en absoluto el funcionamiento del modelo.

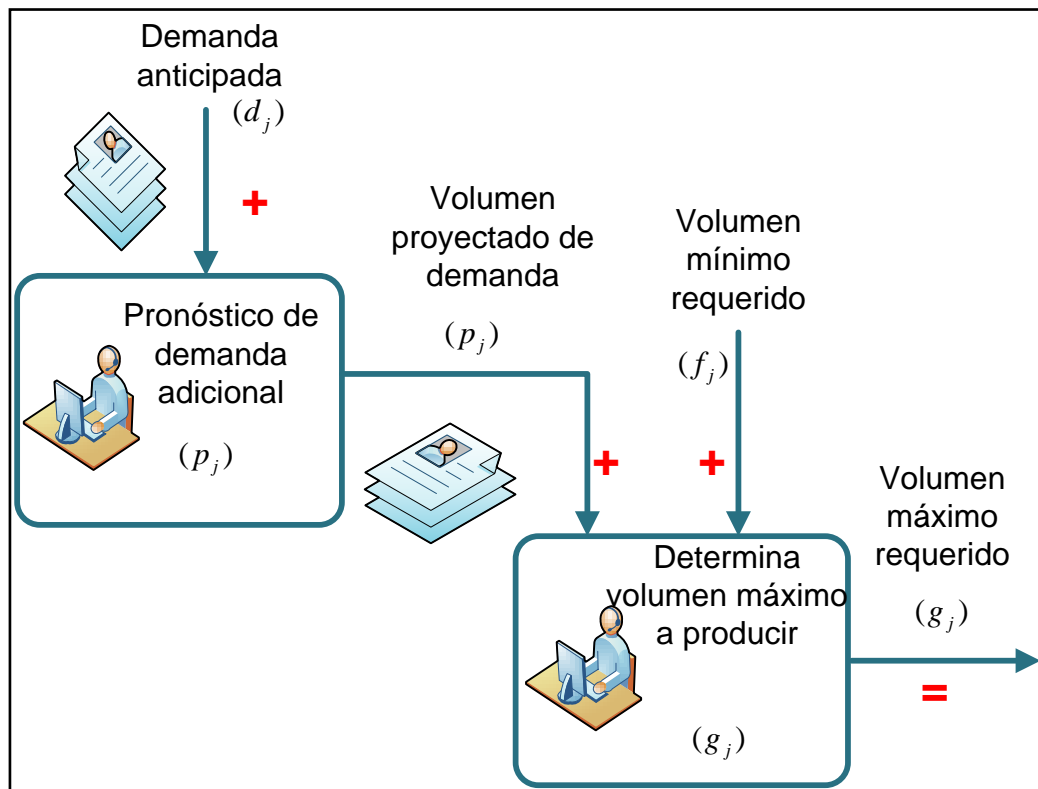
b) Los Volúmenes máximos (g_j)

Son los volúmenes de producción del artículo (j) que se debe aspirar a producir si es conveniente, puesto que este volumen permitirá tener volumen adicional de reserva para algún requerimiento extra de nuestros clientes fijos o para ventas inesperadas de algún cliente eventual, al no realizarse la venta de estos artículos

formarán parte de la producción del siguiente periodo, para obtener el volumen máximo requerido es necesario conocer el pronóstico de demanda adicional (p_j), cuyo proceso de cálculo se muestra en el Gráfico (II.3).

El pronóstico de demanda adicional (p_j) son datos que la empresa obtiene a partir de la demanda anticipada, más detalles como que métodos o formulas aplica para realizar estos cálculos no han sido revelados, para el estudio estos datos han sido proporcionados por la empresa ya calculados.

Gráfico II.3
Cálculo del volumen máximo (g_j)



$$g_j = f_j + p_j \quad \text{donde } j = 1; 2; \dots; 9.$$

Estos datos ya calculados por la empresa se muestran en la Tabla (II.5).

Tabla II.5

Vol. máximo requerido (g_j) (Rollos/Mes)
Planta de tejeduría Ago. 2008

Tipo de Artículo	Volúmenes		
	f_j	p_j	$g_j = f_j + p_j$
A_1	2,810.00	1,239.00	4,049.00
A_2	2,745.00	1,198.00	3,943.00
A_3	1,520.00	537.00	2,057.00
A_4	2,639.00	1,133.00	3,772.00
A_5	2,169.00	862.00	3,031.00
A_6	620.00	181.00	801.00
A_7	1,030.00	329.00	1,359.00
A_8	545.00	156.00	701.00
A_9	635.00	186.00	821.00

Fuente: Empresa en Estudio

f_j : Volumen mínimo requerido para el artículo (j) para el mes de agosto 2008

p_j : Pronóstico de demanda adicional o volumen proyectado de demanda esperada del artículo (j) por parte de clientes fijos o eventuales, para el mes de agosto 2008, este es un dato.

g_j : Volumen máximo requerido del artículo (j) para el mes de agosto 2008

La Tabla (II.6), muestra un resumen de los volúmenes mínimos y máximos.

Tabla II.6
Vol. de producción requerido (rollos/Mes)
Planta de tejeduría Ago. 2008

Artículos	Volumen requerido	
	Mínima (f_j)	Máxima (g_j)
A_1	2,810.00	4,049.00
A_2	2,745.00	3,943.00
A_3	1,520.00	2,057.00
A_4	2,639.00	3,772.00
A_5	2,169.00	3,031.00
A_6	620.00	801.00
A_7	1,030.00	1,359.00
A_8	545.00	701.00
A_9	635.00	821.00

Fuente: Empresa en estudio

2.2. Recolección de datos

Algunos de los datos que se recolectaron dentro de la empresa nos sirvieron para realizar la representación del sistema, sus procesos y los diagramas de secuencias; para ello se observó a las personas y máquinas; el propósito de la observación fue determinar que se está haciendo, como se está haciendo, quien lo hace, cuando se lleva a cabo, cuanto tiempo toma, dónde se hace y por qué se hace. También hay datos que fueron recolectados y que son necesarios para la formulación del modelo dentro de ellos tenemos:

i) Número de máquinas

Aquí se registró cuantos tipos de máquina hay en la actualidad, pudiendo aumentar con el transcurrir del tiempo, además se registra el número de ellas por cada tipo, tabla (II.7).

Tabla II.7
Clasificación de máquinas
Planta de tejeduría

Tipo	Máquinas		Tejidos		Cant.
	Nombre	Marca	Diámetro	Género	
T01	Circulares	Mayer	Gran Diámetro	De punto por Trama	30
T02	Circulares	Terrot	Gran Diámetro	De punto por Trama	49
T03	Circulares	Orizio, Vanguard	Gran Diámetro	De punto por Trama	21
Total					100

Fuente: Empresa en Estudio

ii) Muestra de rendimiento de las máquinas

El rendimiento es uno de los datos muy importantes que se va utilizar en la formulación del modelo de Programación Lineal Entera. La empresa manifestó, que en los rendimientos están considerados todos los tiempos que requieren cada una de las actividades que aparecen en el formato del diagrama de secuencia o cursograma analítico por operación.

Estos datos fueron extraídos de los registros de producción mensual de la empresa, se tomaron los últimos seis meses, en este caso de febrero, marzo, abril, mayo, junio y julio del año 2008, puesto que los datos más recientes son los se ajustan más al rendimiento al estado actual de cada tipo de máquina, elaborando cada uno de los tipos de artículo.

De esta manera, luego de evaluar las muestras se determinó qué tipo de tratamiento estadístico se le debió dar para hallar la producción mensual.

En las tablas (II.8), (II.9) y (II.10), se aprecian los datos sobre los rendimientos (rollos/mes) de cada una de los tipos de máquina para cada uno de los tipos de artículos que se producen en la empresa.

Tabla II.8
Muestra de rendimiento mensual máquina T01
Planta de tejeduría

Tipos de Artículo	Muestra (rollos/mes)-2008					
	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.
A_1	136.50	138.00	138.25	136.25	138.50	137.50
A_2	209.00	210.00	211.00	209.00	210.00	211.00
A_3	157.00	158.00	157.00	159.00	158.00	159.00
A_4	183.50	182.50	182.00	181.50	183.00	182.50
A_5	203.50	202.50	202.00	201.50	203.00	202.50
A_6	182.50	183.00	181.50	182.00	182.50	183.50
A_7	117.50	118.00	116.50	117.00	117.50	118.50
A_8	180.25	180.50	179.25	180.00	180.25	181.25
A_9	118.50	120.00	120.25	118.25	120.50	119.50

Fuente: Empresa en Estudio

Tabla II.9
Muestra de rendimiento mensual máquina T02
Planta de tejeduría

Tipos de Artículo	Muestra (rollos/mes)-2008					
	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.
A_1	129.00	131.00	130.00	129.00	131.00	130.00
A_2	121.50	122.50	123.50	122.00	123.50	122.00
A_3	159.00	160.00	161.00	161.00	159.00	160.00
A_4	161.50	163.50	162.50	162.00	163.50	162.00
A_5	145.00	146.00	143.00	146.00	144.00	146.00
A_6	163.50	162.00	163.00	162.50	162.50	161.50
A_7	116.25	117.25	116.25	115.75	117.75	117.25
A_8	135.50	136.50	137.50	136.00	137.50	136.00
A_9	132.00	133.50	135.50	134.00	136.50	135.50

Fuente: Empresa en Estudio

Tabla II.10
Muestra de rendimiento mensual máquina T03
Planta de tejeduría

Tipos de Artículo	Muestra (rollos/mes)-2008					
	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.
A_1	154.50	150.50	156.00	157.00	155.00	157.00
A_2	147.00	150.00	145.00	146.00	148.00	149.00
A_3	178.00	180.00	179.00	181.00	182.00	180.00
A_4	126.50	125.50	128.50	129.00	127.50	128.00
A_5	121.50	122.00	123.00	123.50	124.50	120.50
A_6	172.00	169.00	171.00	170.00	168.00	170.00
A_7	208.75	209.75	210.25	207.25	206.75	209.75
A_8	210.00	209.25	206.75	209.00	210.25	207.25
A_9	105.00	106.50	107.75	105.50	106.75	107.50

Fuente: Empresa en Estudio

2.3. Procesamiento y análisis de datos

2.3.1. Tratamiento Estadístico

Una vez obtenido los seis datos o muestras de los rendimientos de cada tipo de máquina para cada uno de los tipos de artículos, era necesario determinar el rendimiento único de estos. Para el cual se utilizó el promedio aritmético o media, pero, para aceptar si esta media era representativa de los datos o muestra, se tuvo que verificar y para la verificación se ha utilizado el estadístico “Coeficiente de Variación Porcentual $CV(X) \%$ ”.

El $CV(X) \%$ nos muestra que tan dispersos se comportan los datos o muestras con respecto a la media. Si los datos o muestras son dispersos, entonces la media no es representativa de los datos o muestras, por el contrario si los datos o muestras no son dispersos, entonces la media si es representativa de los datos o muestras.

Para determinar si la media tiene o no buena representatividad de los datos o muestras la empresa utiliza la siguiente tabla, Tabla (II.11).

Tabla II.11
Representatividad de la media para muestras

Laboratorio	Interpretación	Prueba de Campo
$0 < CV(X)\% \leq 8\%$	Bueno-Muy Bueno	$0 < CV(X)\% \leq 10\%$
$8\% < CV(X)\% \leq 12\%$	Aceptable	$10\% < CV(X)\% \leq 15\%$
$CV(X)\% > 12\%$	Malo- a desechar	$CV(X)\% > 15\%$

Fuente: Empresa en Estudio

Para el cálculo del Coeficiente de Variación Porcentual fue necesario calcular los siguientes datos a partir de los datos o muestras, para realizar los cálculos se ha utilizado el software SPSS V15.

Media:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Varianza:

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

Desviación Estándar o Típica:

$$S(X) = \sqrt{V(X)}$$

Coeficiente de Variación:

$$CV(X) = \frac{S}{\bar{X}}$$

El Coeficiente de Variación Porcentual:

$$CV(X)\% = \frac{S}{\bar{X}} 100$$

a) Analizando las muestras de rendimientos de la máquina Tipo 1 para los nueve tipos de Artículo:

Tabla II.12

Máquina T01

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.	Varianza	CV.	CV%
VAR00001	6	136.25	138.5	137.5	0.9354	0.875	0.0068	0.6803
VAR00002	6	209	211	210	0.8944	0.8	0.0043	0.4259
VAR00003	6	157	159	158	0.8944	0.8	0.0057	0.5661
VAR00004	6	181.5	183.5	182.5	0.7071	0.5	0.0039	0.3875
VAR00005	6	201.5	203.5	202.5	0.7071	0.5	0.0035	0.3492
VAR00006	6	181.5	183.5	182.5	0.7071	0.5	0.0039	0.3875
VAR00007	6	116.5	118.5	117.5	0.7071	0.5	0.0060	0.6018
VAR00008	6	179.25	181.25	180.25	0.6519	0.425	0.0036	0.3617
VAR00009	6	118.25	120.5	119.5	0.9354	0.875	0.0078	0.7828
N válido (según lista)	6							

Fuente: Software Estadístico SPSS

Variables:

VAR0001: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 1 trabajando el artículo Tipo 1

VAR0002: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 1 trabajando el artículo Tipo 2

⋮ ⋮

VAR0009: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 1 trabajando el artículo Tipo 9

Como se puede apreciar en la columna de Coeficientes de Variación Porcentual (CV(X) %) para cada una de las Variables, VAR0001, VAR0002,..., VAR0009 es muy pequeña es decir las muestras no están dispersos por lo tanto son homogéneas, están dentro del rango permisible como muy bueno, entonces la media tienen una buena representatividad de las muestras.

b) Analizando las muestras de rendimientos de la máquina Tipo 2 para los nueve tipos de Artículo:

Tabla II.13

Máquina T02

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.	Varianza	CV.	CV%
VAR00001	6	129	131	130	0.8944	0.8	0.0069	0.6880
VAR00002	6	121.5	123.5	122.5	0.8367	0.7	0.0068	0.6830
VAR00003	6	159	161	160	0.8944	0.8	0.0056	0.5590
VAR00004	6	161.5	163.5	162.5	0.8367	0.7	0.0051	0.5149
VAR00005	6	143	146	145	1.2649	1.6	0.0087	0.8724
VAR00006	6	161.5	163.5	162.5	0.7071	0.5	0.0044	0.4351
VAR00007	6	115.75	117.75	116.75	0.7746	0.6	0.0066	0.6635
VAR00008	6	135.5	137.5	136.5	0.8367	0.7	0.0061	0.6129
VAR00009	6	132	136.5	134.5	1.6432	2.7	0.0122	1.2217
N válido (según lista)	6							

Fuente: Software Estadístico SPSS

Variables:

VAR0001: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 2 trabajando el artículo Tipo 1

VAR0002: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 2 trabajando el artículo Tipo 2

⋮

⋮

VAR0009: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 2 trabajando el artículo Tipo 9

Como se puede apreciar en la columna de Coeficientes de Variación Porcentual (CV%) para cada una de las Variables, VAR0001, VAR0002,..., VAR0009 es muy pequeña es decir las muestras no están dispersos por lo tanto son homogéneas, están dentro del rango permisible como muy bueno, entonces la media tienen una buena representatividad de las muestras.

c) Analizando las muestras de rendimientos de la máquina Tipo 3 para los nueve tipos de Artículo:

Tabla II.14

Máquina T03

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.	Varianza	CV.	CV%
VAR00001	6	150.5	157	155	2.4290	5.9	0.0157	1.5671
VAR00002	6	145	150	147.5	1.8708	3.5	0.0127	1.2684
VAR00003	6	178	182	180	1.4142	2	0.0079	0.7857
VAR00004	6	125.5	129	127.5	1.3038	1.7	0.0102	1.0226
VAR00005	6	120.5	124.5	122.5	1.4491	2.1	0.0118	1.1830
VAR00006	6	168	172	170	1.4142	2	0.0083	0.8319
VAR00007	6	206.75	210.25	208.75	1.4491	2.1	0.0069	0.6942
VAR00008	6	206.75	210.25	208.75	1.4405	2.075	0.0069	0.6901
VAR00009	6	105	107.75	106.5	1.0840	1.175	0.0102	1.0178
N válido (según lista)	6							

Fuente: Software Estadístico SPSS

Variables:

VAR0001: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 3 trabajando el artículo Tipo 1

VAR0002: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 3 trabajando el artículo Tipo 2

⋮ ⋮

VAR0009: Indica el rendimiento de la máquina Tipo 3 trabajando el artículo Tipo 9

Como se puede apreciar en la columna de Coeficientes de Variación Porcentual (CV(X) %) para cada una de las Variables, VAR0001, VAR0002,..., VAR0009 es muy pequeña es decir las muestras no están dispersos por lo tanto son homogéneas, están dentro del rango permisible como muy bueno, entonces la media tienen una buena representatividad de las muestras.

2.3.2. Resultados

a) El rendimiento de cada uno de los tipos de máquina

Para la obtención del rendimiento (rollos/mes) de cada máquina para cada tipo de artículo, se ha utilizado el promedio aritmético, dado que la dispersión de las muestras respecto a la media no es significativa, es decir las muestras son

homogéneas entonces la media tiene buena representatividad de las muestras, dichos resultados se aprecian en la tabla (II.15).

Tabla II.15
Rendimiento (r_{ij}) promedio (rollos/mes)
Planta de tejeduría

Tipo de Artículo	Tipo de Máquina (rollos/Mes)		
	T01	T02	T03
A_1	137.50	130.00	155.00
A_2	210.00	122.50	147.50
A_3	158.00	160.00	180.00
A_4	182.50	162.50	127.50
A_5	202.50	145.00	122.50
A_6	182.50	162.50	170.00
A_7	117.50	116.75	208.75
A_8	180.25	136.50	208.75
A_9	119.50	134.50	106.60

Fuente: Empresa en estudio

$i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

Observando la Tabla (II.15), en las filas tenemos los artículos a trabajar y en las columnas los tipos de máquinas disponibles para trabajar cualquiera de los nueve tipos de artículos.

- a. Si queremos trabajar el artículo A_1 convendría trabajarlo con las máquinas tipo T03, puesto que su rendimiento $r_{31} = 155$ rollos/mes, que es mayor a los rendimientos de los otros tipos de máquina para este tipo de artículo A_1 .
- b. Pero si analizamos desde las columnas de las máquinas vemos que las máquinas tipo T03 tienen mayor rendimiento trabajando el artículo A_7 y A_8 , $r_{37} = r_{38} = 208.75$ rollos/mes, así hemos encontrado una serie de problemas al hacer la asignación mentalmente, por eso la necesidad de utilizar una herramienta como es el modelo de Programación Lineal Entera.

CAPÍTULO III

EL MODELO

Ahora que contamos con toda la información necesaria vamos a formular el modelo de Programación Lineal Entera para maximizar la contribución total que perciba la empresa en un periodo determinado, para ello el modelo deberá realizar una asignación óptima de máquinas órdenes de producción, en este caso se utilizó datos para el plan de producción del mes de agosto 2008, además utilizaremos la hoja Whats Best en versión 9.0 para darle solución.

La planta de tejeduría, cuenta con 100 máquinas clasificadas en tres tipos, cada tipo cuenta con 30, 49, 21 máquinas respectivamente; con los cuales produce nueve tipos de artículos clasificados como A_1, A_2, \dots, A_9 .

Se dispone de los siguientes datos: los volúmenes o números de unidades mínimas y máximas necesarias para cumplir con el plan de demanda para el mes de agosto 2008, los rendimientos de cada tipo de máquina para cada tipo de artículo y las contribuciones de cada uno de los nueve tipos de artículos.

Se desea maximizar la contribución total que debe percibir la empresa para un periodo determinado.

Para ello se debe formular un modelo de Programación Lineal Entera para la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción; para lo cual hemos ordenado los datos de la empresa en la Tabla (III.1), que se muestra a continuación.

Tabla III.1
Matriz de datos del modelo
Planta de tejeduría

Hacia Desde		Artículos									Unid.
		A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	
Contribuciones		90	76	68	64	82	84	72	86	78	
Máquinas	T01	137.5	210	158	182.5	202.5	182.5	117.5	180.25	119.5	30
	T02	130	122.5	160	162.5	145	162.5	116.75	136.5	134.5	49
	T03	155	147.5	180	127.5	122.5	170	208.75	208.75	106.6	21
Demanda (Rollos)	Mínima	2810	2745	1520	2639	2169	620	1030	545	635	100
	Máxima	4049	3943	2057	3772	3031	801	1359	701	821	

Fuente: Empresa en Estudio

A_1, A_2, \dots, A_9 : Tipos de artículos que produce la empresa.

c_j : Fila 3, contribución de cada uno de los nueve tipos de artículo

r_{ij} : Filas 4,5 y 6, rendimiento de la máquina tipo i trabajando el artículo Tipo j
dado en número de rollos/mes

f_j : Fila 7, total de unidades/mes requerido del artículo tipo j , como mínimo.

g_j : Fila 8, total de unidades/mes requerido del artículo tipo j , como máximo.

Número de máquinas tipo 1: 30

Número de máquinas tipo 2: 49

Número de máquinas tipo 3: 21

Donde $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

3.1. Formulación del Modelo

3.1.1. Definición de Variables

x_{11} = Número de máquinas T01 asignadas a producir el artículo A_1

x_{21} = Número de máquinas T02 asignadas a producir el artículo A_1

x_{31} = Número de máquinas T03 asignadas a producir el artículo A_1

x_{12} = Número de máquinas T01 asignadas a producir el artículo A_2

x_{ij} = Número de máquinas T0i asignadas a producir el artículo A_j

Siendo $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

Dado que x_{ij} pueden tomar distintos valores reciben el nombre de “variables”.

3.1.2. Planteamiento de las Restricciones

Analizando ahora los volúmenes de producción para el artículo tipo A_1 , de la Tabla (III.1) se tiene:

v_{11} = Número de unidades a producir del artículo tipo A_1 por las máquinas tipo T01, entonces:

Si 1 máquina tipo T01 produce 137.50 rollos del artículo A_1 , entonces, en x_{11} unidades de máquina tipo T01 se producirán.

$$v_{11} = 137.50 \left[\frac{\text{Piezas de } A_1}{1 \text{ Unidad de máquina T01}} \right] x_{11} \quad (\text{Unidades de } A_1)$$

Si 1 máquina tipo T02 produce 130 rollos del artículo A_1 , entonces, en x_{21} unidades de máquina tipo T02 se producirán.

$$v_{21} = 130 \left[\frac{\text{Piezas de } A_1}{1 \text{ Unidad de máquina T02}} \right] x_{21} \quad (\text{Unidades de } A_1)$$

Si 1 máquina tipo T03 produce 155.00 rollos del artículo A_1 , entonces, en x_{31} unidades de máquina tipo T03 se producirán.

$$v_{31} = 155 \left[\frac{\text{Piezas de } A_1}{1 \text{ Unidad de máquina T03}} \right] x_{31} \quad (\text{Unidades de } A_1)$$

Entonces eliminando las unidades de medida, se expresan de la siguiente forma:

$$v_{11} = 137.50x_{11} \quad (\text{Unidades de } A_1 \text{ producidas por máquinas tipo 1})$$

$$v_{21} = 130x_{21} \quad (\text{Unidades de } A_1 \text{ producidas por máquinas tipo 2})$$

$$v_{31} = 155x_{31} \quad (\text{Unidades de } A_1 \text{ producidas por máquinas tipo 3})$$

Para obtener el número total de unidades a producir del artículo tipo A_1 tendremos lo siguiente:

Sea w_j = número total de unidades a producir del artículo tipo A_j , donde $j = 1; 2; \dots; 9$, entonces:

Si $j = 1$:

w_1 Será el número total de unidades a producir del artículo tipo A_1 , entonces:

$$w_1 = v_{11} + v_{21} + v_{31} \quad (\text{Unidades de } A_1 \text{ producidas por los 3 tipos de máquina})$$

Para los artículos tipo A_1, A_2, \dots, A_9 se obtiene de la misma manera.

$$w_2 = v_{12} + v_{22} + v_{32} \quad (\text{Unidades de } A_2 \text{ producidas por los 3 tipos de máquina})$$

$$w_3 = v_{13} + v_{23} + v_{33} \quad (\text{Unidades de } A_3 \text{ producidas por los 3 tipos de máquina})$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$w_9 = v_{19} + v_{29} + v_{39} \quad (\text{Unidades de } A_9 \text{ producidas por los 3 tipos de máquina})$$

Dado que las restricciones indican que el número mínimo de unidades a producir del artículo A_1 es de $f_1 = 2,810$, del artículo A_2 es $f_2 = 2,745, \dots$, del artículo A_9 es $f_9 = 635$ rollos al mes, las expresiones anteriores deberán ser mayores o iguales a f_1, f_2, \dots, f_9 respectivamente.

$$w_1 \geq 2,810$$

$$w_2 \geq 2,745$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$w_9 \geq 635$$

Además las restricciones indican que el número máximo de unidades a producir del artículo A_1 es de $g_1 = 4,049$, del artículo A_2 es $g_2 = 3,943, \dots$, del artículo A_9 es $g_9 = 821$ rollos al mes, las expresiones anteriores deberán ser menores o iguales a g_1, g_2, \dots, g_9 respectivamente.

$$w_1 \leq 4,049$$

$$w_2 \leq 3,943$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$w_9 \leq 821$$

3.1.3. Planteamiento de la Función Objetivo

Ahora bien, si el artículo tipo A_1 genera una contribución de $c_1 = 90$ soles por unidad producida, si las unidades producidas son w_1 , entonces, el beneficio que se obtendrá será de $c_1 w_1 = 90w_1$ y para el artículo tipo A_2 será $c_2 w_2 = 76w_2, \dots$, para el artículo tipo A_9 será $c_9 w_9 = 90w_9$.

La contribución total puede expresarse entonces como la suma de las contribuciones de los diferentes artículos.

$$z = c_1 w_1 + c_2 w_2 + c_3 w_3 + c_4 w_4 + c_5 w_5 + c_6 w_6 + c_7 w_7 + c_8 w_8 + c_9 w_9$$

$$z = 90w_1 + 76w_2 + 68w_3 + 64w_4 + 82w_5 + 84w_6 + 72w_7 + 86w_8 + 78w_9$$

Pero lo que se quiere es que este beneficio no solo sea grande, sino que sea el mayor de todos; es decir, que sea el máximo, entonces, tenemos:

$$\text{Maximizar } z = 90w_1 + 76w_2 + 68w_3 + 64w_4 + 82w_5 + 84w_6 + 72w_7 + 86w_8 + 78w_9$$

Sujeto a:

$$w_1 \geq 2,810 \quad (\text{unidades del artículo tipo } A_1)$$

$$w_2 \geq 2,745 \quad (\text{unidades del artículo tipo } A_2)$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$\begin{array}{ll}
w_9 \geq 635 & \text{(unidades del artículo tipo } A_9 \text{), además tenemos que} \\
w_1 \leq 4,049 & \text{(unidades del artículo tipo } A_1 \text{)} \\
w_2 \leq 3,943 & \text{(unidades del artículo tipo } A_2 \text{)} \\
\vdots & \vdots \\
w_9 \leq 821 & \text{(unidades del artículo tipo } A_9 \text{)}
\end{array}$$

Reemplazando en función de v_1, v_2, \dots, v_9 tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar } z = & 90(v_{11} + v_{21} + v_{31}) + \\
& 76(v_{12} + v_{22} + v_{32}) + \\
& \vdots \\
& 78(v_{19} + v_{29} + v_{39})
\end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
v_{11} + v_{21} + v_{31} & \geq 2,810 \\
v_{12} + v_{22} + v_{32} & \geq 2,745 \\
& \vdots \\
v_{19} + v_{29} + v_{39} & \geq 635 \\
v_{11} + v_{21} + v_{31} & \leq 4,049 \\
v_{12} + v_{22} + v_{32} & \leq 3,943 \\
& \vdots \\
v_{19} + v_{29} + v_{39} & \leq 821
\end{aligned}$$

Reemplazando los valores de v_{ij} en función de x_{ij} se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar } z = & 90(137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31}) + \\
& 76(210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32}) + \\
& \vdots \\
& 78(119x_{19} + 134.50x_{29} + 106.50x_{39})
\end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31} &\geq 2,810 \\
210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32} &\geq 2,745 \\
&\vdots \\
119.50x_{19} + 134.50x_{29} + 106.50x_{39} &\geq 635 \\
137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31} &\leq 4,049 \\
210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32} &\leq 3,943 \\
&\vdots \\
119.50x_{19} + 134.50x_{29} + 106.50x_{39} &\leq 821
\end{aligned}$$

Además se debe agregar la restricción de que las $N_1 = 30$ máquinas Tipo 1 deben trabajar, por lo tanto, debemos sumar cada uno de las máquinas tipo 1 que trabajan los artículos tipo A_1, A_2, \dots, A_9 ; se denotan de la siguiente manera:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} = 30$$

De la misma manera para las máquinas tipo 2 y 3, tenemos:

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} = 49$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} = 21$$

3.2. El modelo de Programación Lineal Entera

De esta manera se ha planteado el problema de Programación Lineal, para la asignación de máquinas a las órdenes de producción de tejido:

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar } z = & 90(137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31}) + \\
& 76(210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32}) + \\
& 68(158x_{13} + 160x_{23} + 180x_{33}) + \\
& 64(182.50x_{14} + 162.50x_{24} + 127.50x_{34}) + \\
& 82(202.50x_{15} + 145x_{25} + 122.50x_{35}) + \\
& 84(182.50x_{16} + 162.50x_{26} + 170x_{36}) + \\
& 72(117.50x_{17} + 116.75x_{27} + 208.75x_{37}) +
\end{aligned}$$

$$86(180.25x_{18} + 136.25x_{28} + 208.75x_{38}) +$$

$$78(119.50x_{19} + 134.50x_{29} + 106.50x_{39})$$

Sujeto a:

Restricciones de volúmenes mínimos requeridos (f_j)

$137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31} \geq 2,810$	Artículo tipo 1
$210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32} \geq 2,745$	Artículo tipo 2
$158x_{13} + 160x_{23} + 180x_{33} \geq 1,520$	Artículo tipo 3
$182.80x_{14} + 162.50x_{24} + 127.50x_{34} \geq 2,639$	Artículo tipo 4
$202.50x_{15} + 145x_{25} + 122.50x_{35} \geq 2,169$	Artículo tipo 5
$182.50x_{16} + 162.50x_{26} + 170x_{36} \geq 620$	Artículo tipo 6
$117.50x_{17} + 116.75x_{27} + 208.75x_{37} \geq 1,130$	Artículo tipo 7
$180.25x_{18} + 136.50x_{28} + 208.75x_{38} \geq 545$	Artículo tipo 8
$119.50x_{19} + 134.50x_{29} + 106.60x_{39} \geq 635$	Artículo tipo 9

Restricciones de volúmenes máximos requeridos (g_j)

$137.50x_{11} + 130x_{21} + 155x_{31} \leq 4,049$	Artículo tipo 1
$210x_{12} + 122.50x_{22} + 147.50x_{32} \leq 3,943$	Artículo tipo 2
$158x_{13} + 160x_{23} + 180x_{33} \leq 2,057$	Artículo tipo 3
$182.80x_{14} + 162.50x_{24} + 127.50x_{34} \leq 3,772$	Artículo tipo 4
$202.50x_{15} + 145x_{25} + 122.50x_{35} \leq 3,031$	Artículo tipo 5
$182.50x_{16} + 162.50x_{26} + 170x_{36} \leq 801$	Artículo tipo 6
$117.50x_{17} + 116.75x_{27} + 208.75x_{37} \leq 1,359$	Artículo tipo 7
$180.25x_{18} + 136.50x_{28} + 208.75x_{38} \leq 701$	Artículo tipo 8
$119.50x_{19} + 134.50x_{29} + 106.60x_{39} \leq 821$	Artículo tipo 9

Restricciones de utilización total de las máquinas

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} = 30 \quad \text{Máquina Tipo 1}$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} = 49 \quad \text{Máquina Tipo 2}$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} + x_{38} + x_{39} = 21 \quad \text{Máquina Tipo 3}$$

Restricciones de no negatividad

$$x_{ij} \geq 0, \text{ entera}$$

Donde: $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$

CAPÍTULO IV

SOLUCIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO

Para su ejecución se utilizó el software What's Best.

Se adecuó el modelo de Programación Lineal Entera al software What's Best 9.0 de Lindo Systems, para la determinación de los valores óptimos que maximicen la función objetivo.

2.1. Ingreso de datos

Se ingresó algunas tablas importantes que va a utilizar el modelo de Programación Lineal Entera, estas tablas son:

Los de rendimientos (r_{ij}) de cada tipo de máquina para cada uno de los tipos de artículos y las contribuciones (c_j) que obtendremos al producir y vender nuestros artículos, Tabla (IV.1); también tenemos los volúmenes mínimos y máximos requeridos o permisibles, Tabla (IV.2).

Tabla IV.1
Rendimientos (r_{ij}) y Contribuciones (c_j) en WB!

Dias al mes 25

Kilos/Pieza 20

Tipo Art.	Rendimientos (piezas/dia)			Rendimiento (Piezas/mes)		
	T01	T02	T03	T01	T02	T03
A1	5.50	5.20	6.20	137.50	130.00	155.00
A2	8.40	4.90	5.90	210.00	122.50	147.50
A3	6.32	6.40	7.20	158.00	160.00	180.00
A4	7.30	6.50	5.10	182.50	162.50	127.50
A5	8.10	5.80	4.90	202.50	145.00	122.50
A6	7.30	6.50	6.80	182.50	162.50	170.00
A7	4.70	4.67	8.35	117.50	116.75	208.75
A8	7.21	5.46	8.35	180.25	136.50	208.75
A9	4.78	5.38	4.26	119.50	134.50	106.50

Tipo Art.	Contribución c_j	
	S/Kg	S/Pieza
A1	4.50	90.00
A2	3.80	76.00
A3	3.40	68.00
A4	3.20	64.00
A5	4.10	82.00
A6	4.20	84.00
A7	3.60	72.00
A8	4.30	86.00
A9	3.90	78.00

Tabla IV.2
Volúmenes mínimos (f_j) y máximos (g_j) requeridos en WB!

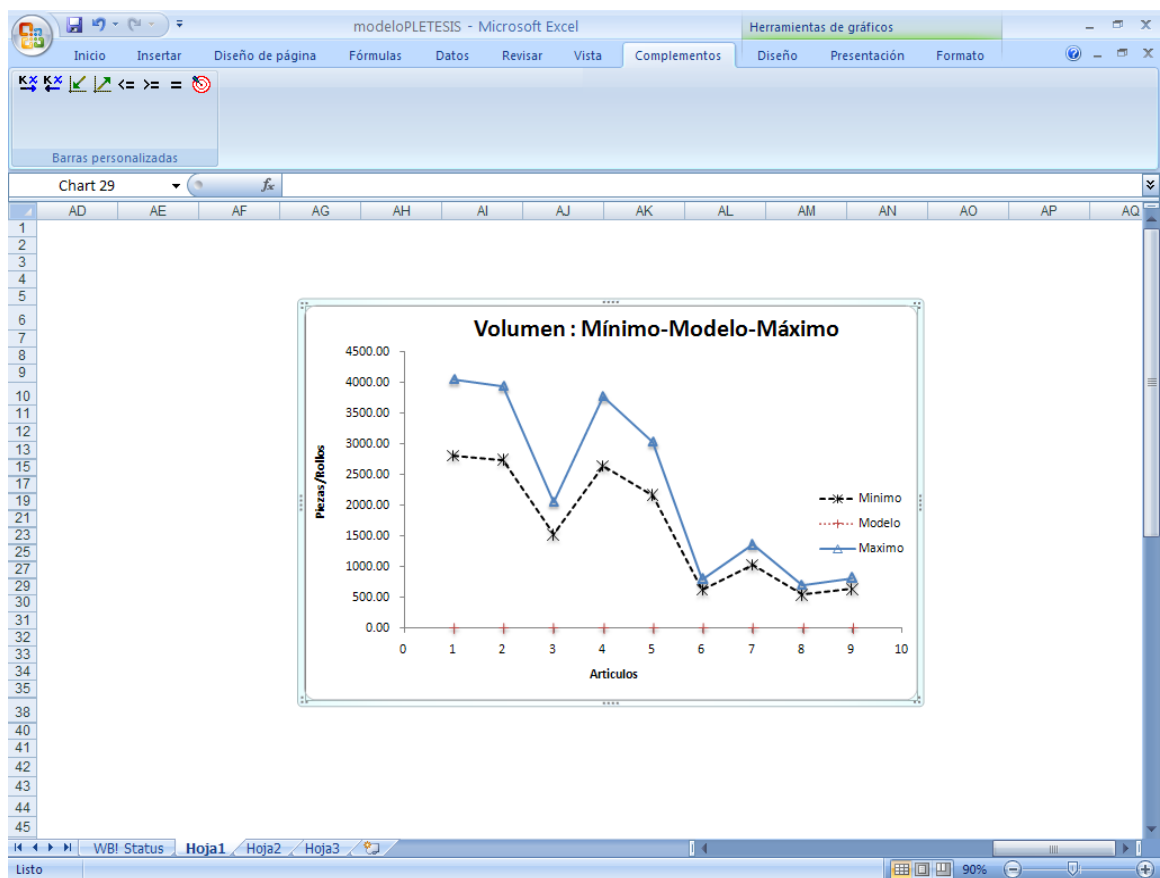
Tipo Art.	Volumen (Piezas/Mes)		
	Modelo	Mínimo	Máximo
A1	0.00	2810.00	4049.00
A2	0.00	2745.00	3943.00
A3	0.00	1520.00	2057.00
A4	0.00	2639.00	3772.00
A5	0.00	2169.00	3031.00
A6	0.00	620.00	801.00
A7	0.00	1030.00	1359.00
A8	0.00	545.00	701.00
A9	0.00	635.00	821.00

0.00 14,713.00 20,534.00

Columna W: El volumen determinado por el modelo, aun aparecen todos con ceros, esto se debe a que no se ha ejecutado el software, una vez ejecutado el modelo todas ellas se llenarán con valores mayores que cero.

Se representa gráficamente estos requerimientos tanto mínimos como máximos, los cuales determinarán una banda de producción que no debe ser desbordada tanto inferiormente como superiormente. Grafico (IV.1).

Gráfico IV.1
Volúmenes mínimos (f_j) y máximos (g_j) requeridos en WB!



2.2. Configuración del software

Primero se construyó la hoja de trabajo del modelo, Tabla (IV.3), luego utilizando las opciones del software, se realizaron las configuraciones necesarias para cada una de las restricciones del modelo de programación Lineal Entera.

Tabla IV.3
Hoja de trabajo del Software WB!

Tipo Art.	Contrib.	Rendimientos (piezas/mes)			Coeficientes F.O.			Máquina Asignada			Volumen de Prod.	Restricciones	Sub Total (S/L.)
		T01	T02	T03	x1j	x2j	x3j	T01	T02	T03			
A1	90	137.50	130.00	155.00	12375.00	11700.00	13950.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 2,810.00	0.00
A2	76	210.00	122.50	147.50	15960.00	9310.00	11210.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<= 4,049.00	0.00
A3	68	158.00	160.00	180.00	10744.00	10880.00	12240.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 2,745.00	0.00
A4	64	182.50	162.50	127.50	11680.00	10400.00	8160.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<= 3,943.00	0.00
A5	82	202.50	145.00	122.50	16605.00	11890.00	10045.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 1,520.00	0.00
A6	84	182.50	162.50	170.00	15330.00	13650.00	14280.00	0.00	0.00	0.00	0.00	<= 2,057.00	0.00
A7	72	117.50	116.75	208.75	8460.00	8406.00	15030.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 2,639.00	0.00
A8	86	180.25	136.50	208.75	15501.50	11739.00	17952.50	0.00	0.00	0.00	0.00	<= 3,772.00	0.00
A9	78	119.50	134.50	106.50	9321.00	10491.00	8307.00	0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 2,169.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	<= 3,031.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 620.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	<= 801.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 1,030.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	<= 1,359.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 545.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	<= 701.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	Not >= 635.00	0.00
								0.00	0.00	0.00	0.00	<= 821.00	0.00

Explicando el contenido de cada columna de la Tabla (IV.3)

En la columna C presentamos los nueve tipos de artículos a producir codificados con A_j donde $j = 1; 2; \dots; 9$.

En la columna D presentamos las contribuciones de cada una de los tipos de artículos representados por c_j donde $j = 1; 2; \dots; 9$.

En la columna E ingresamos los rendimientos de las máquinas tipo T01 para cada uno de los tipos de artículos A_j donde $j = 1; 2; \dots; 9$.

En la columna F ingresamos los rendimientos de las máquinas tipo T02 para cada uno de los tipos de artículos A_j donde $j = 1; 2; \dots; 9$.

En la columna G ingresamos los rendimientos de las máquinas tipo T03 para cada uno de los tipos de artículos A_j donde $j = 1; 2; \dots; 9$.

En la columna H, I y J, ingresamos los coeficientes de cada una de las variables correspondientes a la función objetivo a maximizar, siendo esta variable x_{ij} donde $i = 1; 2; 3$ y $j = 1; 2; \dots; 9$.

En las celdas K41, L41 y M41, ingresamos el número de máquinas de cada tipo con que se cuenta para cumplir con las órdenes de producción, en este caso tenemos 30, 49 y 21 máquinas del tipo T01, T02 y T03 respectivamente.

El resto de las celdas de las columnas K, L y M, van a ser nuestras columnas respuestas, estas columnas deben ser llenadas con ceros dado que WB no acepta posiciones en blanco; en estas columnas recibimos los datos de la solución dada por el software What's Best, Que nos muestre la cantidad de máquinas por cada tipo que debemos asignar a órdenes de producción y por lo tanto esos datos serán llenados por WB.

En la columna N se calcula el volumen de producción que se obtendrá de cada uno de los tipos de artículos, este es el resultado de multiplicar los rendimientos de cada uno de los tipos de máquinas por el respectivo número de máquinas asignado por el modelo. Esta columna será llenada una vez que WB resuelva la incógnita de cuantas máquinas debemos asignar de acuerdo a las restricciones presentadas.

En la columna O, se registrarán los signos de desigualdad de cada una de las restricciones del modelo.

En la columna P, tenemos las restricciones de volúmenes mínimos y máximos requeridos.

En la columna Q, tenemos el importe en soles que se obtendrá al comercializar cada uno de los tipos de artículos, esta columna será llenada una vez que WB resuelva la incógnita de cuántas máquinas debemos asignar de acuerdo a las restricciones presentadas.

En la celda Q62, se determinará la función objetivo, que es la máxima contribución que se puede obtener, expresa la contribución final y es esta celda la que deseamos WB maximice.

En las celdas K62, L62 y M62, se determinará el total de máquinas de cada tipo que estarán siendo utilizadas para cumplir con las órdenes de trabajo, valores que deben ser iguales a los valores de las celdas K41, L41 y M41, lo cual asegurará que todas las máquinas estarán trabajando.

En las celdas K63, L63 y M63, se registrarán los signos de desigualdad de cada una de las restricciones del modelo.

2.3. Ejecución del software

El modelo de Programación Lineal que se desarrolló es para maximizar la contribución total que perciba la empresa en un periodo determinado, para ello debe asignar las máquinas a órdenes de producción y dicha asignación debe ser la óptima.

Este modelo de Programación Lineal contiene 27 variables de decisión, es un problema de Programación Lineal en su forma mixta, de esta manera es como se ingresó al software WB!, como necesitamos que las variables de decisión tomen valores enteros y positivos, entonces el software convierte el problema de Programación Lineal a su forma estándar y para ello utilizará variables artificiales, luego para darle solución se utilizará el método de dos fases.

Primera fase utiliza el método simplex para minimizar los valores que toman las variables artificiales y la segunda fase también utiliza el método simplex pero esta vez para maximizar ya el Problema de Programación Lineal. Una vez obtenida la solución si esta es no entera (o continua) el software utiliza el método Branch and Bound (Ramificación y acotamiento) para encontrar la solución entera esperada, es de esta manera que los valores que el software determina están garantizados técnica y científicamente, puesto que se ha demostrado en el capítulo de marco teórico que estos métodos y algoritmos de solución a problemas de Programación Lineal son de uso garantizado.

Tabla IV.4

CAPÍTULO V

RESULTADOS

5.1. Resultados con el plan de producción del modelo

Tabla V.1

Resultado del Modelo de Programación Lineal Entera en WB!

modeloPLETESIS - Microsoft Excel

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Complementos

WB1

Comandos de menú Barras personalizadas

WBMAX \sum =SUMA(Q44:Q61)

Modelo de asignación de máquinas a órdenes de Producción

Tipo Art.	Contrib.	Rendimientos (piezas/mes)			Coeficientes F.O			Máquina Asignada			Volumen de Prod	Restricciones		Sub Total (\$/.)
		T01	T02	T03	x1j	x2j	x3j	30	49	21		f_j	g_j	
A1	90	137.50	130.00	155.00	12375.00	11700.00	13950.00	0.00	12.00	12.00	3,420.00	>=	2,810.00	307,800.00
											3,420.00	<=	4,049.00	
A2	76	210.00	122.50	147.50	15960.00	9310.00	11210.00	16.00	0.00	0.00	3,360.00	>=	2,745.00	255,360.00
											3,360.00	<=	3,943.00	
A3	68	158.00	160.00	180.00	10744.00	10880.00	12240.00	0.00	10.00	0.00	1,600.00	>=	1,520.00	108,800.00
											1,600.00	<=	2,057.00	
A4	64	182.50	162.50	127.50	11680.00	10400.00	8160.00	0.00	17.00	0.00	2,762.50	>=	2,639.00	176,800.00
											2,762.50	<=	3,772.00	
A5	82	202.50	145.00	122.50	16605.00	11890.00	10045.00	14.00	1.00	0.00	2,980.00	>=	2,169.00	244,360.00
											2,980.00	<=	3,031.00	
A6	84	182.50	162.50	170.00	15330.00	13650.00	14280.00	0.00	4.00	0.00	650.00	>=	620.00	54,600.00
											650.00	<=	801.00	
A7	72	117.50	116.75	208.75	8460.00	8406.00	15030.00	0.00	0.00	6.00	1,252.50	>=	1,030.00	90,180.00
											1,252.50	<=	1,359.00	
A8	86	180.25	136.50	208.75	15501.50	11739.00	17952.50	0.00	0.00	3.00	626.25	>=	545.00	53,857.50
											626.25	<=	701.00	
A9	78	119.50	134.50	106.50	9321.00	10491.00	8307.00	0.00	5.00	0.00	672.50	>=	635.00	52,455.00
											672.50	<=	821.00	
								30.00	49.00	21.00	17,323.75	Max	1,344,212.50	
								=	=	=				

WB1 Status Hoja1 Hoja2 Hoja3

Esto son las asignaciones de máquinas a órdenes de producción arrojados por el modelo de Programación Lineal Entera para el plan de producción del mes de agosto del año 2008, Tabla (V.2).

Tabla V.2
Matriz de asignaciones realizadas por el modelo en agosto 2008

Tipo de Máquinas	Tipo de Artículos									Total Máquinas
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	
T01	0	16	0	0	14	0	0	0	0	30
T02	12	0	10	17	1	4	0	0	5	49
T03	12	0	0	0	0	0	6	3	0	21
Total	24	16	10	17	15	4	6	3	5	100

En la matriz, podemos apreciar que:

Las máquinas tipo 1: trabajarán las 30 máquinas.

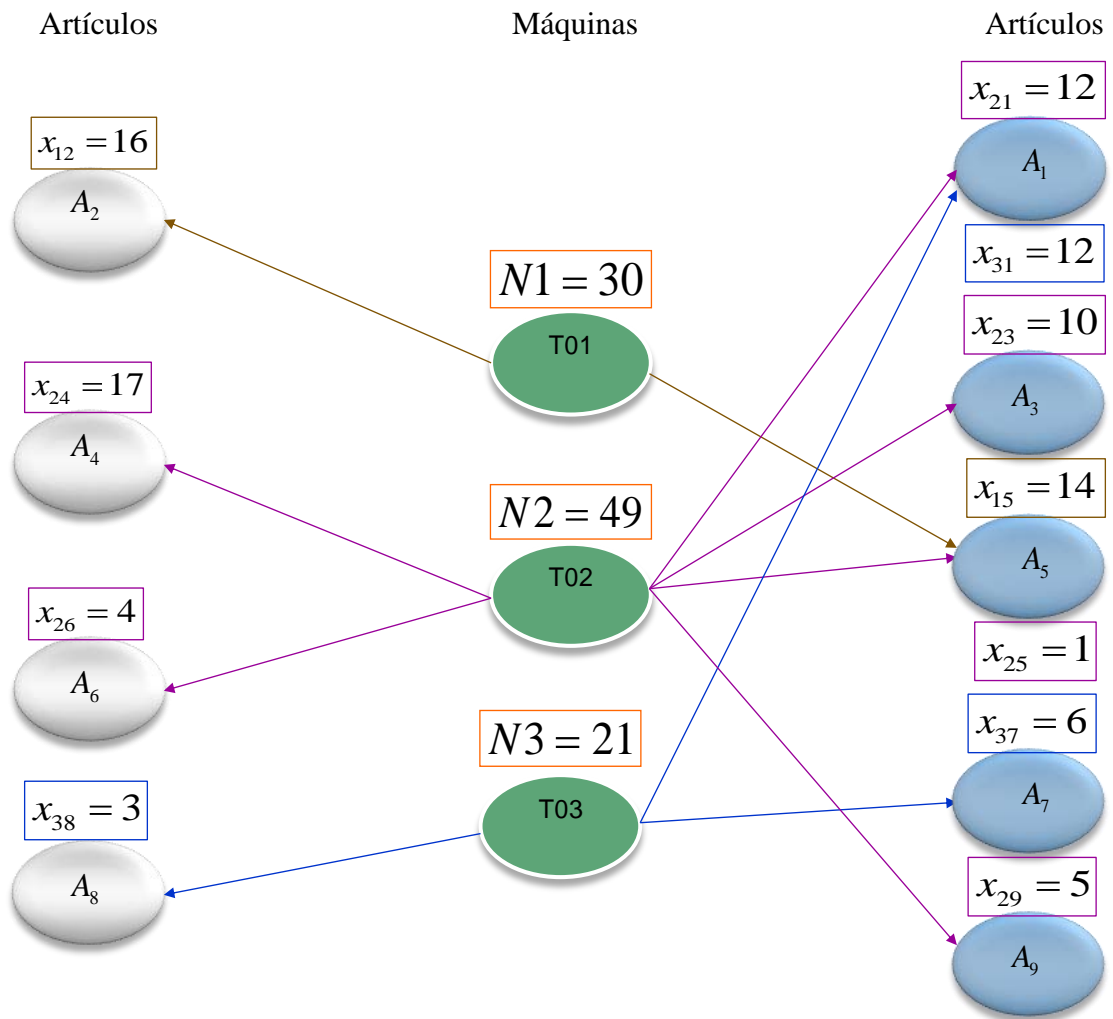
Las máquinas tipo 2: trabajarán las 49 máquinas.

Las máquinas tipo 3: trabajarán las 21 máquinas.

De esta manera se concluye, que las 100 máquinas se encuentran operando en la producción de los nueve tipos de artículos

Por otro lado, es posible construir una representación gráfica de la asignación de máquinas a órdenes de producción de acuerdo a los resultados del modelo de Programación Lineal Entera, Gráfico (V.1).

Gráfico V.1
La asignación en forma gráfica



Observando el Gráfico (V.1), sobre los resultados arrojados por el modelo de Programación Lineal Entera, podemos observar lo siguiente:

1. De las 30 máquinas tipo 1:
 - 16 máquinas deben trabajar el artículo tipo 2
 - 14 máquinas deben trabajar el artículo tipo 5
2. De las 49 máquinas tipo 2:
 - 12 máquinas deben trabajar el artículo tipo 1

10 máquinas deben trabajar el artículo tipo 3

17 máquinas deben trabajar el artículo tipo 4

01 máquina debe trabajar el artículo tipo 5

04 máquinas deben trabajar el artículo tipo 6

05 máquinas deben trabajar el artículo tipo 9

3. De las 21 máquinas tipo 3:

12 máquinas deben trabajar el artículo tipo 1

06 máquinas deben trabajar el artículo tipo 7

03 máquinas deben trabajar el artículo tipo 8

Los volúmenes obtenidos por el modelo respecto a las restricciones del volúmenes mínimos requeridos (f_j) y volúmenes máximos requeridos (g_j) se aprecian en la Tabla (V.3).

Tabla V.3
Volúmenes del modelo (q_j) Vs.
Volúmenes mínimo (f_j) y máximo (g_j)

Artículos	Volúmenes (Rollos/Mes) Ago. 2008		
	Modelo(q_j)	Mínimo(f_j)	Máximo(g_j)
A_1	3,420.00	2,810.00	4,049.00
A_2	3,360.00	2,745.00	3,943.00
A_3	1,600.00	1,520.00	2,057.00
A_4	2,762.50	2,639.00	3,772.00
A_5	2,980.00	2,169.00	3,031.00
A_6	650.00	620.00	801.00
A_7	1,252.50	1,030.00	1,359.00
A_8	626.25	545.00	701.00
A_9	672.50	635.00	821.00

Para el artículo tipo 1: las restricciones indican que como mínimo se debe producir 2,810 rollos/mes y como máximo 4,049 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 3,420 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 2: las restricciones indican que como mínimo se debe producir 2,745 rollos/mes y como máximo 3,943 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 3,360 rollos/mes, lo cual permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 3: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 1,520 rollos/mes y como máximo 2,057 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 1,600 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 4: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 2,639 rollos/mes y como máximo 3,772 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 2,762.50 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 5: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 2,169 rollos/mes y como máximo 3,031 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 2,980 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 6: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 620 rollos/mes y como máximo 801 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 650 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

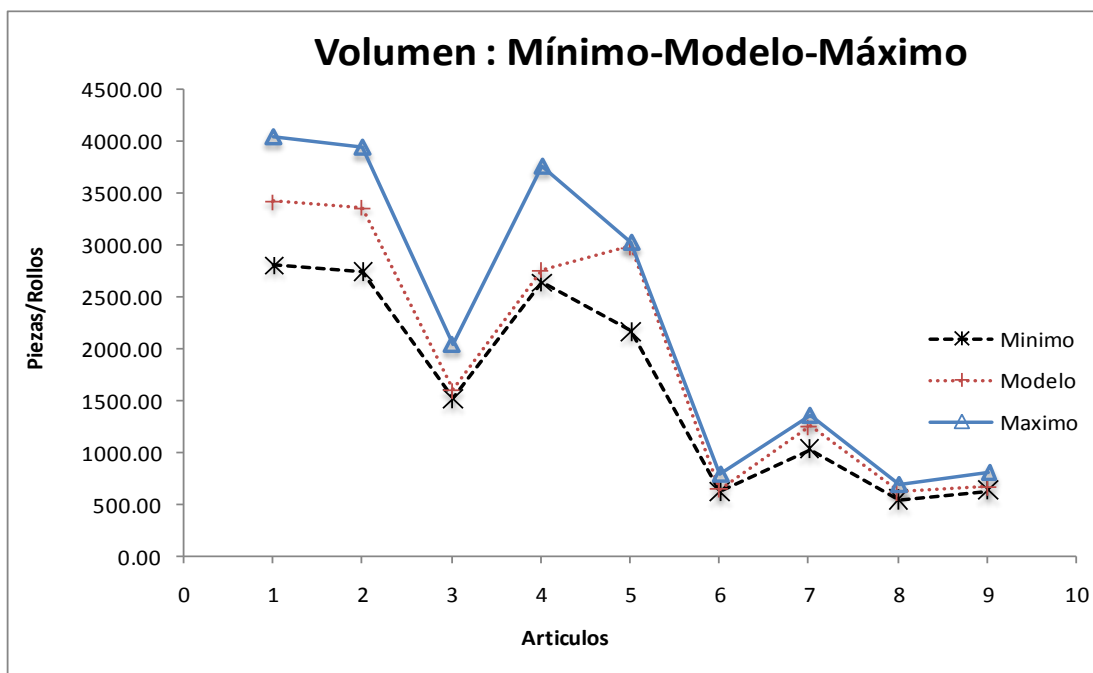
Para el artículo tipo 7: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 1,030 rollos/mes y como máximo 1,359 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 1,252.50 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 8: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 545 rollos/mes y como máximo 701 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 626.25 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Para el artículo tipo 9: las restricciones nos indican que como mínimo se debe producir 635 rollos/mes y como máximo 821 rollos/mes, el modelo indica que lo óptimo es producir 672.50 rollos/mes, ello permitirá una contribución máxima.

Toda lo descrito en líneas anteriores se aprecia en el Gráfico (V.2).

Gráfico V.2
Volúmenes del modelo (q_j) Vs. Volúmenes mínimo (f_j) y máximo (g_j)



Cumpliendo con la asignación de máquinas a órdenes de producción que el modelo ha determinado, se obtendría la contribución total que se aprecia en forma detallada en la Tabla (V.4).

Tabla V.4
Volúmenes y Contribuciones obtenidos en agosto 2008
Según el plan del modelo

Art.	Tipo de máquina			Total(q_j) (Rollos/mes)	Contribución(S/.)	
	T01	T02	T03		Unit.	Total
A_1	-	1,560.00	1,860.00	3,420.00	90	307,800.00
A_2	3,360.00	-	-	3,360.00	76	255,360.00
A_3	-	1,600.00	-	1,600.00	68	108,800.00
A_4	-	2,762.50	-	2,762.50	64	176,800.00
A_5	2,835.00	145.00	-	2,980.00	82	244,360.00
A_6	-	650.00	-	650.00	84	54,600.00
A_7	-	-	1,252.50	1,252.50	72	90,180.00
A_8	-	-	626.25	626.25	86	53,857.50
A_9	-	672.50	-	672.50	78	52,455.00
Total S/. mes						1'344,212.50

El artículo tipo 1: Debe ser producido por las máquinas tipo 2 y 3 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 3,420 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 2: Debe ser producido por las máquinas tipo 1 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 3,360 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 3: Debe ser producido por las máquinas tipo 2 lo cual nos permitirá obtener un volumen total 1,600 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 4: Debe ser producido por las máquinas tipo 2 lo cual nos permitirá obtener un volumen total 2,762.50 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 5: Debe ser producido por las máquinas tipo 1 y 2 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 2,980 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 6: Debe ser producido por las máquinas tipo 2 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 650 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 7: Debe ser producido por las máquinas tipo 3 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 1,252.50 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 8: Debe ser producido por las máquinas tipo 3 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 626.25 rollos para el mes de agosto 2008.

El artículo tipo 9: Debe ser producido por las máquinas tipo 2 lo cual nos permitirá obtener un volumen total de 672.50 rollos para el mes de agosto 2008.

5.1.1. Análisis de sensibilidad

En la empresa a menudo ocurren cambios inesperados en la disponibilidad de máquinas en plena ejecución del plan de producción, esto puede deberse a fallas mecánicas o eléctricas principalmente. Entonces, necesitamos prevenir que sucedería con el plan de trabajo inicial si ocurrirían estas eventualidades, para ello debemos responder las siguientes interrogantes:

¿Deberá realizarse una nueva reasignación?

¿El plan de producción aún es óptimo?

¿Hasta qué punto se puede mantener el plan inicial?

Para responder a cada una de estas y otras interrogantes es necesario realizar un Análisis de Sensibilidad.

Para las máquinas Tipo 1

- i. Si se tendría la urgencia de detener máquinas, por alguna eventualidad a lo más sería posible detener hasta 2 máquinas sin que se altere la asignación inicial. Si se detiene más de 2 máquinas se tendría que volver a realizar la asignación de máquinas a órdenes de producción.
- ii. Con la disminución de este número de máquinas, disminuye el volumen de producción, también la contribución total, pero aún así se cumple con los requerimientos de los clientes y la contribución que se obtuviera seguiría siendo la máxima.
- iii. Se podría cumplir con los requerimientos de los clientes trabajando hasta con un mínimo de:

10 máquinas del tipo 1,
49 máquinas del tipo 2 y
21 máquinas del tipo 3, pero, se tendría que realizar una nueva reasignación.
- iv. Por otro lado, si se tendría la posibilidad de aumentar más máquinas del tipo 1, se podría hacerlo hasta llegar a un total de 32 máquinas, sin la necesidad de volver a realizar la reasignación de máquinas a órdenes de producción. La contribución máxima sería la correspondiente al volumen de producción que se obtuviera, el cual aumentaría.

Para las máquinas Tipo 2

- i. Si se tendría la urgencia de detener máquinas, por alguna eventualidad a lo más sería posible detener hasta 4 máquinas sin que se altere la asignación inicial. Si se detiene más de 4 máquinas se tendría que volver a realizar la asignación de máquinas a órdenes de producción.

- ii. Con la disminución de este número de máquinas, disminuye el volumen de producción, también la contribución total, pero aún así se cumple con los requerimientos de los clientes y la contribución que se obtuviera seguiría siendo la máxima.
- iii. Se podría cumplir con los requerimientos de los clientes trabajando hasta con un mínimo de:

30 máquinas del tipo 1,
36 máquinas del tipo 2 y
21 máquinas del tipo 3, pero, se tendría que realizar una nueva reasignación.
- iv. Por otro lado, si se tendría la posibilidad de aumentar más máquinas del tipo 1, se podría hacerlo hasta llegar a un total de 53 máquinas, sin la necesidad de volver a realizar la reasignación de máquinas a órdenes de producción. La contribución máxima sería la correspondiente al volumen de producción que se obtuviera, el cual aumentaría.

Para las máquinas Tipo 3

- i. Si se tendría la urgencia de detener máquinas, por alguna eventualidad a lo más sería posible detener hasta 4 máquinas sin que se altere la asignación inicial. Si se detiene más de 4 máquinas se tendría que volver a realizar la asignación de máquinas a órdenes de producción.
- ii. Con la disminución de este número de máquinas, disminuye el volumen de producción, también la contribución total, pero aún así se cumple con los requerimientos de los clientes y la contribución que se obtuviera seguiría siendo la máxima.
- iii. Se podría cumplir con los requerimientos de los clientes trabajando hasta con un mínimo de:

30 máquinas del tipo 1,
49 máquinas del tipo 2 y
10 máquinas del tipo 3, pero, se tendría que realizar una nueva reasignación.

- iv. Por otro lado, si se tendría la posibilidad de aumentar más máquinas del tipo 3, se podría hacerlo hasta llegar a un total de 25 máquinas, sin la necesidad de volver a realizar la reasignación de máquinas a órdenes de producción. La contribución máxima sería la correspondiente del volumen de producción que se obtuviera, el cual aumentaría.

5.2. Resultados con el plan de producción de la empresa

A continuación detallamos los resultados de producción obtenidos con la forma de asignación que realizó la empresa para el plan de producción del mes de agosto del año 2008.

Primero tenemos las asignaciones de máquinas a órdenes de producción, Tabla (V.5).

Tabla V.5
Matriz de asignaciones realizadas por la empresa en agosto 2008

Tipo de Máquinas	Tipo de Artículos									Total Máquinas
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	
T01	7	6	5	5	7	0	0	0	0	30
T02	8	10	5	12	6	4	0	4	0	49
T03	6	3	0	0	1	0	5	0	6	21
Total	21	19	10	17	14	4	5	4	6	100

Fuente: Empresa en estudio

Máquinas tipo 1: trabajaron las 30 máquinas.

Máquinas tipo 2: trabajaron las 49 máquinas.

Máquinas tipo 3: trabajaron las 21 máquinas.

La empresa indicó que las 100 máquinas trabajaron en la producción de los nueve tipos de artículos para el cumplimiento del plan de producción del mes de agosto del año 2008, además manifestó que se obtuvieron los volúmenes y la contribución total que se aprecia en la Tabla (V.6).

Tabla V.6
Volúmenes y Contribuciones obtenidos en agosto 2008
Según el plan de la empresa

Art.	Tipo de máquina			Total(q_j) (Rollos/mes)	Contribución(S/.)	
	T01	T02	T03		Unit.	Total
A_1	962.50	1,040.00	930.00	2,932.50	90	263,925.00
A_2	1,260.00	1,225.00	442.50	2,927.50	76	222,490.00
A_3	790.00	800.00	-	1,590.00	68	108,120.00
A_4	912.50	1,950.00	-	2,862.50	64	183,200.00
A_5	1,417.50	870.00	122.50	2,410.00	82	197,620.00
A_6	-	650.00	-	650.00	84	54,600.00
A_7	-	-	1,043.75	1,043.75	72	75,150.00
A_8	-	546.00	-	546.00	86	46,956.00
A_9	-	-	639.00	639.00	78	49,842.00
Total S/. mes						1,201,903.00

El artículo tipo 1: fue producido por las máquinas tipo 1; 2 y 3 lo cual permitió obtener un volumen total de 2,932.50 rollos.

El artículo tipo 2: fue producido por las máquinas tipo 1; 2 y 3 lo cual permitió obtener un volumen total de 2,927.50 rollos.

El artículo tipo 3: fue producido por las máquinas tipo 1 y 2 lo cual permitió obtener un volumen total 1,590 rollos.

El artículo tipo 4: fue producido por las máquinas tipo 1 y 2 lo cual permitió obtener un volumen total 2,862.50 rollos.

El artículo tipo 5: fue producido por las máquinas tipo 1; 2 y 3 lo cual permitió obtener un volumen total de 2,410 rollos.

El artículo tipo 6: fue producido por las máquinas tipo 2 lo cual permitió obtener un volumen total de 650 rollos.

El artículo tipo 7: fue producido por las máquinas tipo 3 lo cual permitió obtener un volumen total de 1,043.75 rollos.

El artículo tipo 8: fue producido por las máquinas tipo 2 lo cual permitió obtener un volumen total de 546 rollos.

El artículo tipo 9: fue producido por las máquinas tipo 3 lo cual permitió obtener un volumen total de 639 rollos.

CONCLUSIONES

Al culminar la tesis se ha podido obtener importantes conclusiones entre ellas tenemos:

1. El motivo principal del presente estudio ha sido presentar el uso de una de las herramientas útiles y necesarias para que las organizaciones puedan optimizar la utilización de sus recursos y maximizar sus contribuciones, de esta manera puedan también cumplir con sus obligaciones tanto internas como externas, así mismo competir en el mercado exigente de hoy.
2. Para la realización de un estudio de este tipo no se necesita grandes inversiones económicas ni tecnológicas, pues contando con recursos limitados se ha logrado desarrollar el presente estudio.
3. Esta herramienta, la Programación Lineal Entera, ha permitido formular el modelo respetando los lineamientos descritos en el marco teórico, en tal sentido los resultados determinados están sustentados, técnica y científicamente.
4. Comparando los resultados obtenidos según el plan de producción ejecutado por la empresa y el plan obtenido con el modelo de Programación Lineal Entera, se obtuvo dos conclusiones principales muy importantes como son:
 - i. Los volúmenes de cada uno de los artículos con mayor demanda que se obtienen con el modelo, son mayores a los obtenidos con el plan ejecutado por la empresa, a pesar de utilizar los mismos recursos como: mano de obra, tiempo y maquinarias.

- ii. La contribución total que se obtiene con el modelo supera considerablemente por un valor de 142,309.50 Nuevos Soles mensuales a la obtenida por el plan ejecutado por la empresa, Tablas (V.4) y (V.5).
- 5. Entonces se puede concluir que el modelo de Programación Lineal Entera garantiza que puede realizar la asignación de máquinas a órdenes de producción de forma eficiente.
- 6. Bajo estos términos el modelo de Programación Lineal Entera formulado ha determinado lo siguiente:

Primero: La asignación óptima de máquinas a órdenes de producción, Tabla (V.2).

Segundo: como la asignación es la óptima también los volúmenes de producción son óptimos, Tabla (V.3).

Tercero: Como la asignación y los volúmenes son los óptimos, entonces, se concluye que la contribución total que percibe la empresa en un periodo determinado es la máxima, siendo tal contribución la suma de 1'344,212.50 Nuevos Soles.

De esta manera queda demostrada la hipótesis del estudio, puesto que la asignación de máquinas a órdenes de producción es la óptima, entonces, la contribución total que perciba la empresa es la máxima.

- 7. La contribución total que perciba la empresa es la máxima, es decir no habrá otra forma de asignación que genere una contribución total superior a esta, lo cual está garantizado por la técnica de Programación Lineal Entera y la teoría que la sustenta, salvo que se modifiquen algunos datos como los rendimientos, las contribuciones, número de máquinas, entre otros.
- 8. Se ha podido demostrar que aplicando la Investigación Operativa se puede realizar un estudio de un complejo sistema real y representarlo en un sencillo modelo de Programación Lineal Entera con la finalidad de optimizar el funcionamiento del mismo.

9. La determinación de la asignación óptima de máquinas a las órdenes de producción, no sólo maximiza las contribuciones totales sino, reduce indirectamente los costos variables de producción, puesto que al incrementarse la contribución, que está dada por la diferencia entre el precio de venta y el costo variable, y mantenerse constante el precio de venta, el costo de producción variable necesariamente tiende a disminuir.

$$c \uparrow = pv - cv \downarrow$$

Donde:

$c \uparrow$: Incremento de la contribución

pv : Precio de Venta, Constante

$cv \downarrow$: Disminución del costo variable

RECOMENDACIONES

1. Si bien para formular el modelo de Programación Lineal Entera ha sido necesario utilizar requerimientos anticipados de los clientes de un mes en particular, agosto 2008, esto no quiere decir que el modelo sólo es válido para ese periodo, puede ser utilizado para cualquier periodo, solo bastará ingresar los datos necesarios.
2. Si bien el modelo de Programación Lineal Entera formulado se ha construido utilizando datos de una empresa textil, es posible adaptarlo fácilmente para ser utilizado por otras organizaciones que necesiten optimizar la asignación de sus recursos.
3. Si bien el estudio resuelve puntualmente la asignación de máquinas a órdenes de producción, con ello el volumen óptimo de producción y maximiza la contribución total que percibe la empresa, pero no determina automáticamente la cantidad de recursos a utilizar, materiales por ejemplo, para ello seria conveniente unir el modelo a otro programa en el cual se determine la cantidad de materiales necesarios a utilizar y a la vez anexado con el modelo de control de inventarios, para saber con cuantos de los materiales necesarios ya se cuenta en stock, de esta manera se intercambiaría información entre almacén, producción, ventas y otros departamentos involucrados, para que tomen decisiones de forma oportuna.
4. Hay empresas que manejan mucho más de nueve tipos de artículos y probablemente en algún caso más de tres tipos de máquinas pero, por la facilidad con que se puede adaptar el modelo y el fácil manejo del software es posible ampliar a más las variables de trabajo. Se podría hacer algunos ajustes o variaciones al modelo planteado, como por ejemplo, preferencias de entrega de algunos productos a algunos de los clientes, trabajando con diferentes fechas de entrega, prioridades o pesos a cada artículo.

5. Es así que este modelo es aplicable a todo sistema que requiera un programa de asignación de recursos como: máquinas, personal y otros por lo que va más allá del sector manufacturero y puede enfocarse también en el sector servicios.
6. Los rendimientos de las máquinas son datos que hemos tomado de los reportes de producción, no se sabe si estos son tomados utilizando técnicas adecuadas, mucho menos si son óptimos los tiempos del proceso productivo; si nos hubiesen permitido realizar la toma de tiempos para los rendimientos y optimizarlos, tal vez hubiera sido posible obtener mejores rendimientos por lo tanto el modelo obtendría mejores resultados.

BIBLIOGRAFÍA

1. ÁLVAREZ A. Jorge, “Investigación de Operaciones-Programación Lineal”, Editorial Macro E.I.R.L., Lima, 2001.
2. BAPTISTA LUCIO, Pilar; FERNÁNDEZ COLLADO, Carlos; HERNÁNDEZ SAMPIERI, Roberto, “Metodología de la investigación”, Editorial McGraw-Hill Interamericana, México D.F., 2006.
3. CARRASCO DÍAZ S., “Metodología de Investigación Científica”, Editorial San Marcos, Lima, 2009
4. HILLIER Frederick S.; LIEBERMAN Gerald J., “Introducción a la Investigación de Operaciones”, Editorial Mc Graw Hill, México D.F., 1999.
5. HOLLEN Norma; LANGFORD Anna L.; SADDLER Jane, “Introducción a los Textiles”, Editorial Limusa S.A. de C.V., México, 2002.
6. KAMLESH Mathur; SOLOW Daniel, “Investigación de Operaciones el arte de la toma de Decisiones”, Editorial Prentice-Hall Inc., México, 1996.
7. MELÉNDEZ GUTIERREZ, David, “Optimización de transporte en el Programa Alimentario PRONAA”, Tesis de licenciatura, UNMSM-FII., Lima, 2004.
8. NAHMIAS Steven, “Análisis de la Producción y las Operaciones”, Editorial Compañía Editorial Continental S.A. de C.V., México, 1999.
9. PÉREZ BECERRA, José A., “Modelo de asignación aplicado a la manufactura en una cadena de abastecimiento”, Tesis de licenciatura, UNMSM-FII. Lima, 2006.

10. PRAWDA WITENBERG, Juan, “Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones”, Vol. I. Editorial Limusa S.A., México, 1976.
11. REY CORDOVA, Nerida G.; VELASQUEZ FERNANDEZ Ángel R., “Metodología de la Investigación Científica”, Editorial San Marcos, Lima, 1999.
12. RITZMAN Larry P.; KRAJEWSKI Lee J., “Administración de Operaciones Estrategia y Análisis”, Editorial Pearson Educación S.A. de C. V., México, 2000.
13. VALDERRAMA MENDOZA, Santiago, “Pasos para elaborar proyectos y tesis de investigación científica”, Editorial San Marcos, Lima, 2007.
14. WINSTON L. Wayne, “Investigación de Operaciones”, Grupo Editorial Iberoamericana S.A. de C.V., México, 1994.

ANEXOS

Anexo 1

Solución de Programación Lineal Entera mediante programas informáticos

Gran parte de los paquetes informáticos que resuelven problemas de Programación Lineal resuelven también problemas de programación entera, usando variantes más o menos sofisticadas del algoritmo de bifurcación y acotamiento expuesto anteriormente, hay que decir que la introducción de variables enteras aumenta considerablemente el número de cálculos a realizar, por lo que nos podemos encontrar con limitaciones al número de variables enteras que podemos introducir en el modelo.

Lindo: Software para soluciones tipo continua utiliza el método simplex y el método de dos fases, para soluciones enteras el método Branch and Bound.

Para indicarle que deseamos obtener valores enteros, se utiliza la instrucción:

GIN <nombre de la variable>

Mediante la instrucción GIN, se indica al programa que la variable designada es entera positiva.

Esta instrucción debe insertarse después de la instrucción END, que indica al programa el fin del modelo lineal considerado.

WinQSB: Cuando este software se utiliza para soluciones de tipo continua aplica el método simplex y método simplex penal o método M, este último asigna un coeficiente muy alto simbolizado por M, a las variables artificiales a fin de que nunca ingresen a la base. Para soluciones enteras utiliza el método Branch and Bound.

What's Best: Trabaja bajo las mismas condiciones que Lindo, con la diferencia que las instrucciones tienen opciones de configuración, en cambio en Lindo, se escriben las instrucciones.

La diferencia entre el What's Best y los software Lindo y WinQSB, es que el What's Best es de libre manejo, se diseña el formato de salida de la solución, puede arrojar cálculos extras en el momento de la solución y además mostrarnos otros cálculos que se deriven de los valores de las variables de decisión.

Lindo y WinQSB, no sólo muestran los valores de solución de las variables de decisión, también muestran pasos de solución y algunos otros datos como análisis de sensibilidad.

Anexo 2

Matriz de consistencia

Titulo : Asignación de máquinas a órdenes de producción mediante Programación Lineal Entera

Problema	Objetivos	Hipótesis y Variables	Métodos de Investigación	Diseño
<p>¿Es máxima la contribución total mensual que percibe la empresa en un periodo determinado?</p> <p>¿Una asignación óptima de máquinas a órdenes de producción maximizará la contribución total mensual percibida por la empresa?</p> <p>¿Cuál es la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción que maximizará la contribución total que perciba la empresa en un periodo determinado?</p>	<p>Objetivo General: Determinar la contribución total máxima mediante la formulación de un modelo de Programación Lineal Entera para la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción.</p> <p>Objetivo específico: Determinar las contribuciones de los artículos, los rendimientos, las restricciones del modelo, identificar las variables y formular el modelo y otros más</p>	<p>Hipótesis Si se determina la asignación óptima de máquinas a órdenes de producción usando un modelo de Programación Lineal Entera, entonces el margen de contribución total mensual que perciba la empresa será la máxima</p> <p>Variables</p> <p>1. x_{ij} : Número de Máquinas tipo i asignadas a producir los artículos tipo j . $i = 1; 2; 3 \quad j = 1; 2; \dots; 9$</p> <p>Por la función que cumple: Independiente Por el método de estudio: Cuantitativa Por los valores que adquiere: Discreta</p> <p>2. z: Contribución total que percibe la empresa. Por la función que cumple: Dependiente Por el método de estudio: Cuantitativa Por los valores que adquiere: Continua</p>	<p>Método General: Método Científico</p> <p>Método Específico: Analogico, conocer la relación de los hechos del sistema en investigación.</p> <p>Población: 100 máquinas clasificadas en 3 tipos</p> <p>Tamaño de la Muestra: Tres máquinas, Una máquina de cada tipo.</p> <p>Tipo de Muestreo: No probabilístico, por conveniencia</p>	<p>Tipo de Diseño de Investigación: Se realizará un estudio no experimental, transeccional y descriptivo.</p> <p>Técnicas de Recolección de Información: Utilización de información disponible</p> <p>Técnicas de Recolección de datos: La observación</p>

Anexo 3

¿Qué es What's Best 9.0?

What's Best pone a disposición de su programa de hoja de cálculo Excel, un sistema muy desarrollado de solucionador capaz de realizar la optimización lineal y no lineal en el más difícil de los problemas. What's Best Le da acceso a este solucionador desde Excel, y puede ser ejecutado desde Visual Basic.

La gente en los negocios, las finanzas, la ciencia, las matemáticas, y muchos otros campos, hace uso de What's Best todos los días para modelar y resolver problemas en la producción, la planificación financiera, el personal de programación, la asignación de recursos, gestión de cartera, reducción de existencias, control de inventario.

Software

puede utilizarse con Microsoft Windows 98 (o posterior), Windows NT 4.0, o Windows XP, Vista con Microsoft Excel versión 2002 o superior, la versión 2007.

Hardware

Pentium PC

256 MB de RAM

40 MB de espacio libre en disco

Una conexión a Internet es necesario para descargar la última versión de What's Best

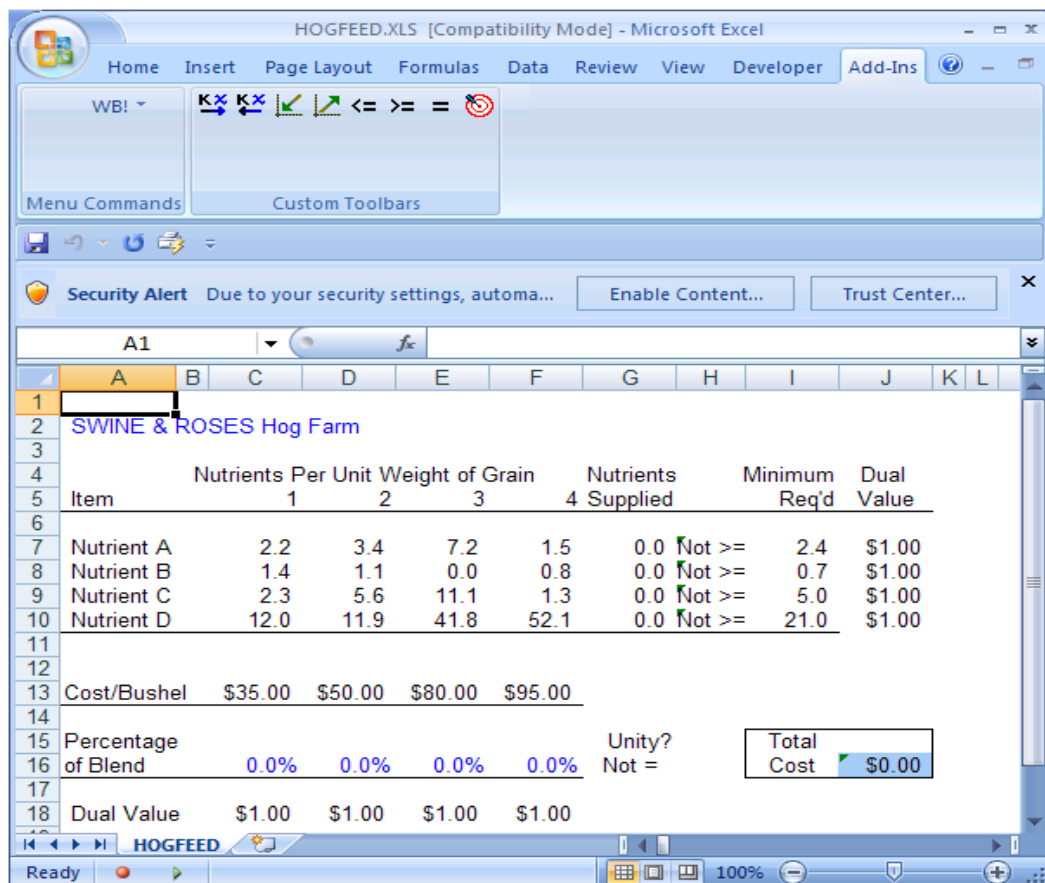
Para aquellos que no puedan adquirir el software, se puede adquirir gratuitamente una versión de prueba para estudiantes, que tiene un periodo de duración de 30 días, esta versión tiene limitaciones como el número de variables a utilizar en los modelos a formular.

WB! Versión para estudiantes (capacidades)

Software	Constraints	Variables	Integer Variables	Nonlinear Formulas	Global Variables
LINDO	150	300	30	N/A	N/A
LINDO API	150	300	30	30	5
LINGO	150	300	30	30	5
What'sBest!	150	300	30	30	5

En la versión de Excel 2007, tanto la barra de menú como la barra de herramientas se han integrado en el diseño de Cinta.

WB! En Excel versión 2007



Anexo 4

El modelo de Programación Lineal Entera en Lindo versión 6.0

Como se puede apreciar en el software Lindo, los coeficientes de la función objetivo se ingresan parcialmente operados, al momento de hacer las operaciones uno mismo va redondeando los valores, en cambio en el software What's Best, debido a que es hoja de cálculo, los valores se consideran con la cantidad de decimales que soporta el software, y esas diferencias en volúmenes grandes podrían producir algunas diferencias en el valor obtenido.

1. Adecuación del modelo de Programación Lineal Entera

MAX 12375 X11 + 15960 X12 + 10744 X13 + 11680 X14 + 16605 X15 +
15330 X16 + 8460 X17 + 15501.5 X18 + 9321 X19 + 11700 X21 +
9310 X22 + 10880 X23 + 10400 X24 + 11890 X25 + 13650 X26 +
8406 X27 + 11739 X28 + 10491 X29 + 13950 X31 + 11210 X32 +
12240 X33 + 8160 X34 + 10045 X35 + 14280 X36 + 15030 X37 +
17952.5 X38 + 8307 X39

SUBJECT TO

- 2) $X11 + X12 + X13 + X14 + X15 + X16 + X17 + X18 + X19 = 30$
- 3) $X21 + X22 + X23 + X24 + X25 + X26 + X27 + X28 + X29 = 49$
- 4) $X31 + X32 + X33 + X34 + X35 + X36 + X37 + X38 + X39 = 21$
- 5) $137.5 X11 + 130 X21 + 155 X31 \geq 2810$
- 6) $210 X12 + 122.5 X22 + 147.5 X32 \geq 2745$
- 7) $158 X13 + 160 X23 + 180 X33 \geq 1520$
- 8) $182.5 X14 + 162.5 X24 + 127.5 X34 \geq 2639$
- 9) $202.5 X15 + 145 X25 + 122.5 X35 \geq 2169$
- 10) $182.5 X16 + 162.5 X26 + 170 X36 \geq 620$
- 11) $117.5 X17 + 116.75 X27 + 208.75 X37 \geq 1030$
- 12) $180.25 X18 + 136.5 X28 + 208.75 X38 \geq 545$
- 13) $119.5 X19 + 134.5 X29 + 106.5 X39 \geq 635$
- 14) $137.5 X11 + 130 X21 + 155 X31 \leq 4049$
- 15) $210 X12 + 122.5 X22 + 147.5 X32 \leq 3943$
- 16) $158 X13 + 160 X23 + 180 X33 \leq 2057$
- 17) $182.5 X14 + 162.5 X24 + 127.5 X34 \leq 3772$
- 18) $202.5 X15 + 145 X25 + 122.5 X35 \leq 3031$
- 19) $182.5 X16 + 162.5 X26 + 170 X36 \leq 801$
- 20) $117.5 X17 + 116.75 X27 + 208.75 X37 \leq 1359$
- 21) $180.25 X18 + 136.5 X28 + 208.75 X38 \leq 701$
- 22) $119.5 X19 + 134.5 X29 + 106.5 X39 \leq 821$
- 23) $X11 \geq 0$
- 24) $X12 \geq 0$
- 25) $X13 \geq 0$
- 26) $X14 \geq 0$
- 27) $X15 \geq 0$
- 28) $X16 \geq 0$
- 29) $X17 \geq 0$
- 30) $X18 \geq 0$

```

31) X19 >= 0
32) X21 >= 0
33) X22 >= 0
34) X23 >= 0
35) X24 >= 0
36) X25 >= 0
37) X26 >= 0
38) X27 >= 0
39) X28 >= 0
40) X29 >= 0
41) X31 >= 0
42) X32 >= 0
43) X33 >= 0
44) X34 >= 0
45) X35 >= 0
46) X36 >= 0
47) X37 >= 0
48) X38 >= 0
49) X39 >= 0
END
GIN 27

```

2. Ejecución del modelo de Programación Lineal Entera

Opción: Solve

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 143
OBJECTIVE VALUE = 1350178.12

FIX ALL VARS. (15) WITH RC > 70.0000

NEW INTEGER SOLUTION OF 1344212.50 AT BRANCH 0 PIVOT 193
BOUND ON OPTIMUM: 1344212.
ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES= 0 PIVOTS= 193

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) **1344212.**

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X11	0.000000	-12375.000000
X12	16.000000	-15960.000000
X13	0.000000	-10744.000000
X14	0.000000	-11680.000000
X15	14.000000	-16605.000000
X16	0.000000	-15330.000000
X17	0.000000	-8460.000000
X18	0.000000	-15501.500000
X19	0.000000	-9321.000000
X21	12.000000	-11700.000000
X22	0.000000	-9310.000000
X23	10.000000	-10880.000000
X24	17.000000	-10400.000000
X25	1.000000	-11890.000000
X26	4.000000	-13650.000000
X27	0.000000	-8406.000000
X28	0.000000	-11739.000000

X29	5.000000	-10491.000000
X31	12.000000	-13950.000000
X32	0.000000	-11210.000000
X33	0.000000	-12240.000000
X34	0.000000	-8160.000000
X35	0.000000	-10045.000000
X36	0.000000	-14280.000000
X37	6.000000	-15030.000000
X38	3.000000	-17952.500000
X39	0.000000	-8307.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	0.000000
5)	610.000000	0.000000
6)	615.000000	0.000000
7)	80.000000	0.000000
8)	123.500000	0.000000
9)	811.000000	0.000000
10)	30.000000	0.000000
11)	222.500000	0.000000
12)	81.250000	0.000000
13)	37.500000	0.000000
14)	629.000000	0.000000
15)	583.000000	0.000000
16)	457.000000	0.000000
17)	1009.500000	0.000000
18)	51.000000	0.000000
19)	151.000000	0.000000
20)	106.500000	0.000000
21)	74.750000	0.000000
22)	148.500000	0.000000
23)	0.000000	0.000000
24)	16.000000	0.000000
25)	0.000000	0.000000
26)	0.000000	0.000000
27)	14.000000	0.000000
28)	0.000000	0.000000
29)	0.000000	0.000000
30)	0.000000	0.000000
31)	0.000000	0.000000
32)	12.000000	0.000000
33)	0.000000	0.000000
34)	10.000000	0.000000
35)	17.000000	0.000000
36)	1.000000	0.000000
37)	4.000000	0.000000
38)	0.000000	0.000000
39)	0.000000	0.000000
40)	5.000000	0.000000
41)	12.000000	0.000000
42)	0.000000	0.000000
43)	0.000000	0.000000
44)	0.000000	0.000000
45)	0.000000	0.000000
46)	0.000000	0.000000
47)	6.000000	0.000000

```

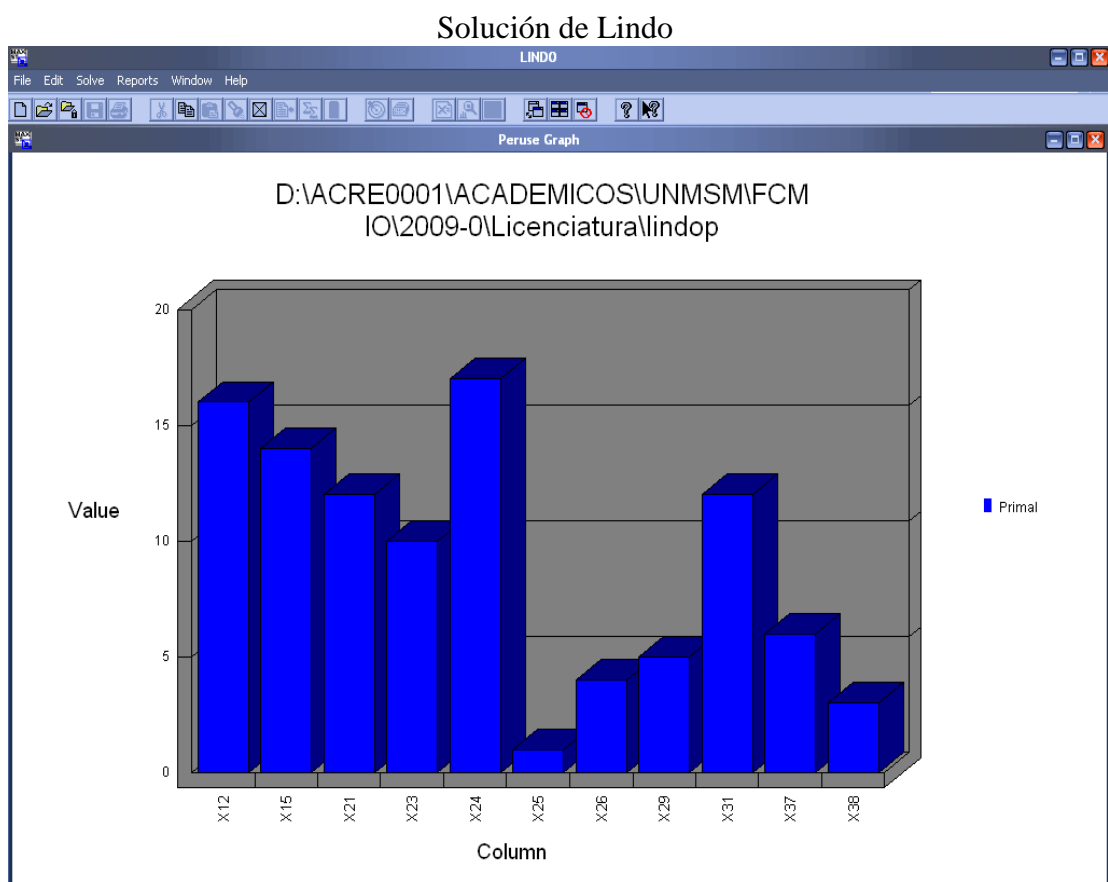
48)      3.000000      0.000000
49)      0.000000      0.000000
NO. ITERATIONS=  198
BRANCHES=   0 DETERM.= 1.000E  0

```

Efectivamente, hemos llegado a obtener el mismo resultado obtenido con el software WB! Siendo este valor de la función objetivo: **1'344,212.00**, de esta manera esto nos garantiza la veracidad de los valores de las variables del modelo de Programación Lineal Entera formulado.

Opción: Reports Peruse

Gráficamente, tenemos los valores no ceros de las variables del modelo matemático.



Fuente: Lindo Versión 6.0

Utilizando la opción para obtener la solución en forma resumida, es decir, sólo nos mostrará las variables que obtienen valores diferentes de cero y la función objetivo.

Opción: Reports Solutions Nonzeros Only

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1344212.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X12	16.000000	-15960.000000
X15	14.000000	-16605.000000
X21	12.000000	-11700.000000
X23	10.000000	-10880.000000
X24	17.000000	-10400.000000
X25	1.000000	-11890.000000
X26	4.000000	-13650.000000
X29	5.000000	-10491.000000
X31	12.000000	-13950.000000
X37	6.000000	-15030.000000
X38	3.000000	-17952.500000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

NO. ITERATIONS= 0

BRANCHES= 0 DETERM.= 1.000E 0